
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE AGUASCALIENTES
Departamento de Estadística
Ing. en Sistemas Computacionales
Estadística I

Fecha de entrega: Día del Examen, al inicio **Tarea 2-2** **Valor total:** 10 puntos

Profesor: MCE Paul Ramírez De la Cruz **Alumno:** _____

Instrucciones. Resuelva correctamente los siguientes problemas.

1. En cada caso, obtenga la función generadora de momentos (*fgm*) de la variable aleatoria cuya función de masa de probabilidad se proporciona. Utilice esa *fgm* para calcular $E(X)$

a)

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{10}, & \text{si } x = 0, 1, \dots, 9 \\ 0, & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$$

b)

$$g_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{120}x^2, & \text{si } x = 2, 4, 6, 8 \\ 0, & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$$

2. Sea X una variable aleatoria con valor esperado $E(X) = \mu_X$ y varianza finita. Muestre que

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - \mu_X^2$$

3. Use el resultado del problema 2 para calcular las varianzas de las variables del problema 1
4. Sean X_1 y X_2 variables aleatorias independientes $Ber(p)$. Muestre que $Y = X_1 + X_2 \sim Bin(2, p)$

Sugerencia: Si dos variables tienen la misma función generadora de momentos, entonces tienen la misma distribución.

5. Un estudio de las tendencias a lo largo de cinco años en los sistemas de información logística de las industrias reveló que los mayores avances en la computarización tuvieron lugar en el transporte (*Industrial Engineering*, julio de 1990). Actualmente, 90 % de todas las industrias contiene archivos de pedidos abiertos de embarque en su base de datos computarizada. En una muestra aleatoria de 10 industrias, sea Y el número de ellas que incluyen archivos de pedidos abiertos de embarque en su base de datos computarizada.¹

a) Calcule $P(Y = 7)$

b) Calcule $P(Y > 5)$

c) Calcule la media y la varianza de Y

6. Diez bombillas de iluminación destinadas para un árbol de Navidad están conectadas en serie en un circuito. La probabilidad de que cualquier bombilla se quemara al elevar la tensión de la red es 0.1. Determine la probabilidad de que el circuito se rompa al elevar la tensión de la red.²

¹Mendenhall, W. & Sincich, T. *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. Prentice-Hall Hispanoamericana. México 1997. Ejercicio 4.28, p. 166

²Efimov, A.; Karakulin, A.; Pospélov, P.; Teréschenko, A.; Vukólov, E.; Zemskov, V. & Zolotarev, Yu. *Problemas de las matemáticas superiores III*. Mir. Moscú. 1986. Ejercicio 2.33, p. 90

7. La Administración Nacional de Aeronáutica y el Espacio de los Estados Unidos (NASA) estima que la probabilidad de que falle un “componente crítico” dentro del motor principal de un transbordador espacial es de aproximadamente 1 en 63 (*Tampa Tribune*, 3 de diciembre de 1993). La falla de un componente crítico durante el vuelo conducirá directamente a una catástrofe del transbordador.³
- En promedio, ¿cuántas misiones del transbordador volarán antes de que ocurra una falla de un componente crítico?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la tercera misión sea la primera en la que ocurra una falla de un componente crítico?
8. Suponga que el hecho de encontrar petróleo en un sitio de perforación es independiente de encontrarlo en otro y que, en una región determinada, la probabilidad de éxito en un sitio individual es de 0.3.⁴
- ¿Qué probabilidad hay de que el perforador encuentre petróleo en su tercera perforación o antes?
 - Si Y es el número de perforaciones hasta que ocurre el primer éxito, calcule la media y la desviación estándar de Y .
 - ¿Sería muy probable que Y fuera mayor que 10? Explique.
 - Suponga que la compañía perforadora considera que una serie de exploración será rentable si el número de pozos perforados hasta que ocurra el segundo éxito es menor o igual que 7. Calcule la probabilidad de que la exploración tendrá éxito.
9. Cierta empresa contrató servicios de mantenimiento de sistemas de cómputo para la actualización del software anti-espías. Suponga que un 30 % de todas las computadoras de la empresa requiere de actualización y en cierta área hay 10 computadoras. Si se realiza una revisión secuencial de los equipos, calcule:
- La probabilidad de que haya 3 computadoras que requieren actualización.
 - La probabilidad de que la 3a. computadora examinada sea la primera que requiere actualización.
 - La probabilidad de que la 3a. computadora examinada sea la segunda que requiere actualización.
10. Una compañía está interesada en evaluar sus actuales procedimientos de inspección en el embarque de lotes de 50 productos idénticos. El procedimiento es tomar una muestra de 5 piezas y autorizar el embarque si se encuentra que no más de 2 están defectuosas. ¿Qué proporción de embarques con un 20 % de defectuosos será autorizada?⁵
11. La variable aleatoria Y , el número de automóviles que llega a un intersección durante un periodo específico, a menudo posee una distribución de probabilidad Poisson (aproximada). Si se conoce la tasa media de llegada, λ , la distribución de probabilidad Poisson puede servir para ayudar a un ingeniero de tránsito a diseñar un sistema de control de tránsito. Suponga que se estima en un automóvil por minuto el número medio de llegadas a la intersección.⁶
- ¿Qué probabilidad hay de que en un minuto dado el número de llegadas sea tres o menos?

³Mendenhall, W. & Sincich, T. *Op. cit.* Ejercicio 4.50, p. 177

⁴Mendenhall, W. & Sincich, T. *Op. cit.* Ejercicio 4.53, p. 178

⁵Walpole, R. & Myers, R. *Probabilidad y estadística*. McGraw-Hill. México, 1992. Ejercicio 7, p. 132

⁶Mendenhall, W. & Sincich, T. *Op. cit.* Ejercicio 4.69, p. 190

- b) ¿Puede usted asegurar al ingeniero que el número de llegadas casi nunca será mayor que tres por minuto?
- c) Si en la intersección hay un semáforo que dura dos minutos en rojo, y al cambiar a rojo no hay autos detenidos en él, ¿cuántos autos esperaría que hubiera cuando la señal cambie a verde?

12. Si la distribución de probabilidad conjunta de X y Y es⁷

$$f_{XY}(x, y) = \frac{1}{30}(x + y); \quad x = 0, 1, 2, 3; \quad y = 0, 1, 2$$

Encuentre

- $P(X = 2, Y = 1)$
- $P(X \leq 2, Y = 1)$ ⁸
- $P(X > 2, Y \leq 1)$ ⁹
- $P(X > Y)$
- $P(X + Y = 4)$
- ¿Son independientes X y Y ?

13. Considere la función del ejercicio anterior. Calcule:

- f_Y
- $f_{X|Y}$
- $f_{X|Y}$, cuando $Y = 1$
- $P(X \leq 2|Y = 1)$

⁷Walpole, R. & Myers, R. *Op. cit.*. Ejercicio 2, p. 77

⁸Observe que no es una probabilidad condicional, sino conjunta

⁹*Idem*