

- 1 La edad del padre de Nacho es cuatro veces la edad de éste. Dentro de cuatro años será sólo el triple. ¿Cuántos años desde ahora deben pasar para que sea sólo el doble?
- A) 16      B) 18      C) 20      D) 24      E) 30

Sabiendo que si la edad de Nacho es  $x$ , la de su padre es  $4x$ , dentro de 4 años, la relación entre las edades será  $4x+4=3.(x+4)$ , de lo que se deduce que la edad de Nacho,  $x$ , es 8 años y la de su padre 32, con lo que tendrán que pasar 16 años para que la edad del padre sea sólo el doble de la del hijo

Respuesta **1 A**

- 2 Con  $10!$  (diez factorial) representamos al producto  $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$  (multiplicar diez por todos los enteros anteriores hasta el uno) ¿Cuál es el número más pequeño que multiplicado por  $10!$  nos da un cubo perfecto?
- A) 490      B) 630      C) 1470      D) 4410      E) 8820

Llamamos  $x$  a dicho número.

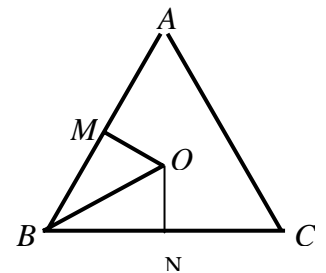
$x \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \text{cubo perfecto}$

Con los números 1, 8, 9, 3, 4, 2, saco cubos perfectos. Me quedarían  $x \cdot 10 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$ , que descomponiendo sale  $x \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ , por lo que para conseguir cubos perfectos necesito  $2 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 3^2 = 4410$

Respuesta **2 D**

- 3 El triángulo equilátero  $ABC$  tiene 24 cm de perímetro.  $O$  es el centro del triángulo y  $M$  el punto medio del lado  $AB$ . ¿Cuál es, en cm, el perímetro del triángulo  $BOM$ ?

A) 4      B) 6      C)  $4 + 4\sqrt{3}$       D)  $2 + 6\sqrt{3}$       E)  $8\sqrt{3}$



$P = 24$ , por lo que el lado del triángulo es  $24 : 3 = 8$  cm

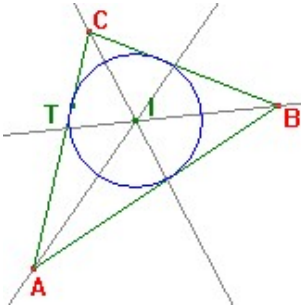
Aplicando Pitágoras  $8^2 = 4^2 + h^2$      $h = \sqrt{48}$  cm

$O$  es el Baricentro del triángulo, con lo que la distancia de  $O$  a la base es  $1/3$  de la altura, es decir,  $\frac{\sqrt{48}}{3} = ON$ . Aplicando otra vez Pitágoras, sacamos  $OB^2 = \frac{48}{9} + 16 = \frac{192}{9}$ . Con lo cual,

$OB = \frac{\sqrt{192}}{3}$  cm. Por lo tanto, el perímetro de  $BOM$  será  $\frac{\sqrt{48}}{3} + 4 + \frac{\sqrt{192}}{3} = 4\sqrt{3} + 4$

Respuesta **3 C**

- 4 El radio de la circunferencia inscrita en un triángulo de perímetro 30 cm y área 30 cm<sup>2</sup>, mide en cm:  
 A) 2      B) 5      C) 6      D) 10      E) 12



El Centro de la circunferencia inscrita a un triángulo es el Incentro del triángulo, es decir, donde se cortan sus bisectrices, y los radios de la circunferencia cortan en perpendicular a los lados del triángulo, por lo que se cumple que  $S=rP/2$

Por tanto,  $30=r30/2$ . Luego  $r=2$

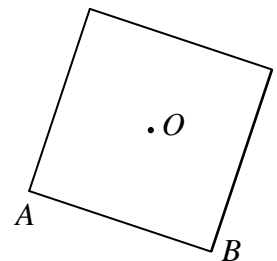
Respuesta **4A**

- 5 Una cuesta la subo en bicicleta a 12 km/h y la bajo a 24 km/h. La velocidad media, en km/h, del recorrido total de subida y bajada ha sido:  
 A) 20      B) 18      C) 18,2      D) 16      E) 15,6

Supongamos que tardo 1 hora en subir la cuesta, con lo que, a 12 km/h la longitud de la cuesta son 12 km. Para la bajada recorro los mismos 12 km en media hora, ya que voy al doble de velocidad. En total, entre subir y bajar, recorro 24 kms en 1'5 horas, por lo que la velocidad media del recorrido total será  $v = \frac{24}{1'5} = 16 \text{ km/h}$

Respuesta **5D**

- 6 El cuadrado de la figura tiene como vértices A(3, 5) y B(9, 3). Las coordenadas de su centro O son:  
 A) (6, 6)      B) (7, 7)      C) (6, 7)      D) (6, 8)      E) (7,6)



Si encajamos dicho cuadrado en unos ejes de coordenadas, podemos ver que el simétrico de A respecto a O, A' tiene que ser (11, 9), por lo que las coordenadas del centro O serán

$$\left( \frac{3+11}{2}, \frac{5+9}{2} \right) = (7,7)$$

Respuesta **6B**

- 7 Los tres lados de un triángulo acutángulo miden un número entero de centímetros. Si dos lados miden 10 y 15 cm, la menor medida posible para el tercer lado es:

- A) 5 cm    B) 10 cm    C) 11cm    D) 12 m    E) 15 cm

En todo triángulo el lado mayor ha de ser menor que la suma de los otros dos, lo que nos permite quitar la opción A ( $15 = 5 + 10$ ). Por otra parte según el teorema de Pitágoras si el cuadrado del lado mayor es igual que la suma de los cuadrados de los otros dos, se trata de un triángulo rectángulo, si es menor que dicha suma, se trata de uno acutángulo. Eso deja fuera las soluciones B y C ( $15^2 > 10^2 + 10^2$ ,  $15^2 > 10^2 + 11^2$ ). Quedan válidas D y E; la menor: D.

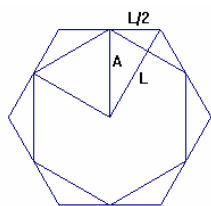
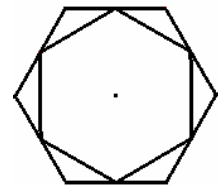
Respuesta 7D

- 8** Al dividir un número entre 5 da 4 de resto, y al dividirlo entre 7 da 6 de resto. ¿Cuál es el resto al dividirlo entre 35?
- A) 24    B) 19    C) 22    D) 13    E) 34

Múltiplos de 5 más 4    9-14-19-24-29-34-39-44-49-54-59-64-69-74.....  
 Múltiplos de 7 más 6    13-20-27-34-41-48-55-62-69-76.....  
 El primer número que cumple las dos condiciones a la vez es el 69. Si lo divido entre 35, el resto es 34.

Respuesta **8E**

- 9** El hexágono interior tiene sus vértices en los puntos medios del hexágono exterior. Si el grande tiene de área  $20 \text{ cm}^2$ , ¿cuál es, en  $\text{cm}^2$ , el área del pequeño?
- A) 10    B) 12    C) 15    D) 16    E) 18



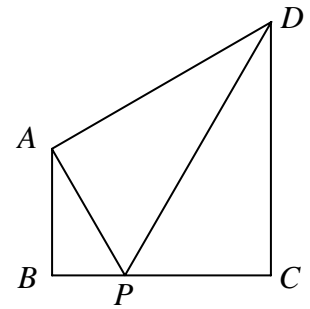
En un hexágono regular, el radio es igual al lado, por tanto, el lado del hexágono pequeño es la apotema del grande. Los dos hexágonos son figuras semejantes y la razón de las áreas es el cuadrado de la razón de semejanza, es:

$$\frac{S}{s} = \left(\frac{L}{A}\right)^2 = \frac{L^2}{A^2} = \frac{L^2}{L^2 - \frac{L^2}{4}} = \frac{4L^2}{3L^2} = \frac{4}{3} \quad \text{De donde } s = \frac{3S}{4} = \frac{3 \times 20}{4} = 15 \text{ cm}^2$$

Respuesta **9C**

- 10** Los tres triángulos de la figura son rectángulos y semejantes. Si el triángulo  $ABP$  tiene de área  $12 \text{ cm}^2$ , el área del trapecio  $ABCD$ , en  $\text{cm}^2$ , es:

A) 84      B) 90      C) 96      D) 100      E) 108



Si la razón de semejanza entre los triángulos  $ABP$  y  $CDP$  es  $n$ , el área de  $CDP$  será  $12 \cdot n^2$ . Lo mismo para el triángulo  $ADP$  ya que es igual que  $DCP$ , por ser rectángulos y compartir la hipotenusa. Luego el área del trapecio es  $12 + 12n^2 + 12n^2 = 12 + 24n^2 = 12 \cdot (1 + 2n^2)$ . Con lo que el área tiene que ser múltiplo de 12, y el número por el que multipliquemos 12, al restarle 1 y dividirlo por 2 tiene que ser cuadrado perfecto. La solución es  $108 = 12 \cdot 9$  ya que  $(9-1)/2 = 4$  cuadrado perfecto

Respuesta **10 E**

- 11** María y Juan hacen la misma colección de cromos que consta de 240 cromos. María tiene 192 diferentes y Juan 160. Juntando sus cromos les faltarían aún 10 cromos para acabarla. ¿Cuántos cromos tiene María que no tiene Juan?

A) 32      B) 36      C) 38      D) 48      E) 70

María tiene 192 cromos diferentes. Le faltan 48 cromos para acabar la colección. Juan tiene 160. Le faltan 80 cromos. Si llamamos  $x$  a los cromos que tienen en común, conseguimos la relación  $192 - x + 160 - x + x + 10 = 240$ , con lo que  $x = 122$ . Por tanto, María tiene  $192 - 122 = 70$  cromos que no tiene Juan.

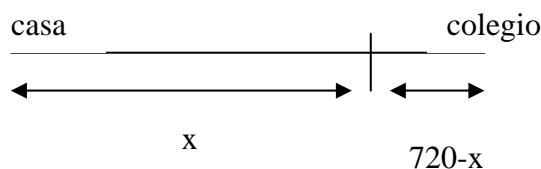
Respuesta **11 E**

- 12** Mi casa dista del colegio 720 m. Tanto al ir como al volver lo hago con velocidad uniforme. Tardo 4 minutos al ir y 6 minutos al volver. ¿A qué distancia de mi casa está el punto en el que los tiempos empleados en ir desde casa y volver desde el colegio son los mismos?

A) 240 m      B) 268 m      C) 396 m      D) 432 m      E) 480 m

Para ir al colegio tardo 4 minutos, con lo que la velocidad de ida es  $0,720 \cdot 60/4 = 10,8 \text{ km/h}$

Para la vuelta tardo 6 minutos, con lo que la velocidad es  $0,720 \cdot 60/6 = 7,2 \text{ km/h}$



Como los tiempos tienen que ser iguales  $x/10,8 = (720-x)/7,2$ , con lo que resolviendo  $x = 432 \text{ m}$

Respuesta **12 D**

- 13** En 3º de ESO hay tres grupos A, B y C, que cuentan con 30, 25 y 20 alumnos, respectivamente. Si en el mismo orden la proporción de chicas en cada grupo es de  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{1}{2}$ , la proporción de chicas en 3º de ESO es de:

A) 52%      B)  $\frac{38}{75}$       C) 54%      D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{8}{15}$

En 3º A – 30 alumnos--- $\frac{3}{5}$  chicas---18 chicas  
 En 3º B –25 alumnos- -- $\frac{2}{5}$  chicas – 10 chicas  
 En 3º C – 20 alumnos –  $\frac{1}{2}$  chicas –10 chicas. Por lo tanto hay en total 38 chicas de 75 alumnos, lo que supone una proporción de  $\frac{38}{75}$

Respuesta **13 B**

- 14** Si cuando escribimos  $a \otimes b$  queremos decir  $(a+b) \cdot b$ , ¿cuál es el valor de  $(3 \otimes 5) - (5 \otimes 3)$ ?

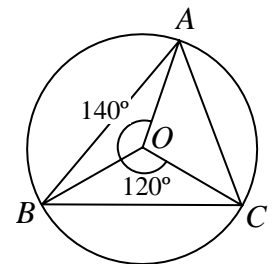
A) – 16      B) – 8      C) 0      D) 8      E) 16

$$(3 \otimes 5) - (5 \otimes 3) = [(3+5) \cdot 5] - [(5+3) \cdot 3] = 40 - 24 = 16$$

Respuesta **14 E**

- 15** El punto  $O$  es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo  $ABC$  en el que  $\widehat{B\hat{O}C} = 120^\circ$  y  $\widehat{A\hat{O}B} = 140^\circ$ , como se muestra en la figura. ¿Cuánto mide el ángulo  $\widehat{A\hat{B}C}$ ?

A)  $35^\circ$       B)  $40^\circ$       C)  $45^\circ$       D)  $50^\circ$       E)  $60^\circ$



El triángulo OBC es isósceles ya que sus dos lados iguales son radios de la circunferencia. por lo que los ángulos en B y en C son iguales y de  $30^\circ$  cada uno. Lo mismo con el triángulo OAB cuyos ángulos en A y en B miden  $20^\circ$  cada uno. Luego el ángulo B mide  $20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$

Respuesta **15 D**

**16** Los ángulos de un cuadrilátero  $ABCD$  verifican  $\hat{A} = 2\hat{B} = 3\hat{C} = 4\hat{D}$ . ¿Cuál es la medida del ángulo  $\hat{A}$  redondeada al entero más próximo?

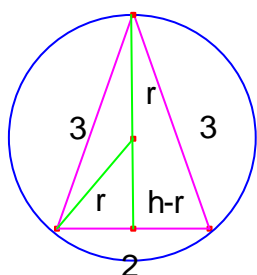
- A)  $125^\circ$     B)  $144^\circ$     C)  $153^\circ$     D)  $173^\circ$     E)  $180^\circ$

En un cuadrilátero se cumple que los ángulos  $A+B+C+D=360^\circ$ . Sustituyendo cada equivalencia que nos da el enunciado llegamos a que  $25 C / 4 = 360^\circ$ , con lo que el ángulo  $C = 57'6''$ . Como el ángulo  $A=3C$ , conseguimos que  $\hat{A} = 172'8'' \approx 173^\circ$

Respuesta **16 D**

**17** ¿Cuál es, en  $\text{cm}^2$ , el área del círculo circunscrito al triángulo isósceles de lados 3, 3 y 2 cm?

- A)  $2\pi$     B)  $\frac{5\pi}{2}$     C)  $\frac{81}{32}\pi$     D)  $3\pi$     E)  $\frac{7\pi}{2}$



En este triángulo podemos calcular la altura  $h$  con el teorema de Pitágoras  $3^2=1^2+h^2$  con lo que calculamos que  $h = \sqrt{8}$  cm. Volviendo a aplicar otra vez Pitágoras en el triángulo pequeño, obtenemos que  $r^2 = (\sqrt{8} - r)^2 + 1^2$ . Calculando, obtenemos que  $r = \frac{9}{2\sqrt{8}}$ , por lo que el área de la circunferencia es  $\frac{81\pi}{32}$

Respuesta **17 C**

**18** La edad actual de Juan,  $T$  años, es la suma de las edades de sus tres hijos y hace  $N$  años era el doble de la suma de las edades que sus hijos tenían entonces. ¿Cuál es el valor de  $\frac{T}{N}$ ?

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

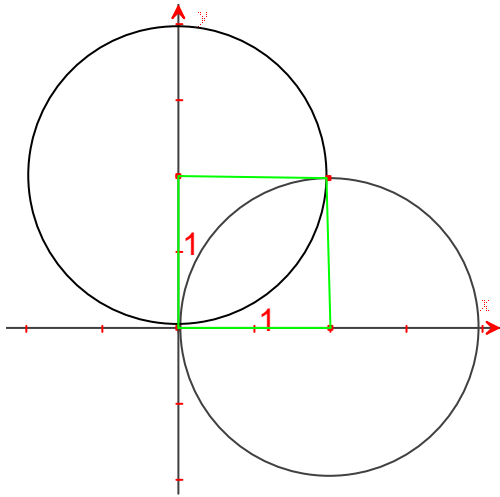
	Edad actual	Hace N años
Juan	T	T-N
Hijo1	A	a-N
Hijo 2	B	b-N
Hijo 3	C	c-N

Ahora  $T=a+b+c$ .  
 Hace N años  $T - N = 2 ( a + b + c - 3N ) = 2 ( T - 3N)$ . Con lo que despejando conseguimos que  $T/N=5$

Respuesta **18 D**

- 19** Dos círculos de radio 2 cm tiene por centros los puntos  $O(2,0)$  y  $P(0,2)$ . ¿Cuál es, en  $\text{cm}^2$ , el área de la zona común a ambos?

A)  $\pi - 2$     B)  $\frac{\pi}{2}$     C)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$     D)  $2(\pi - 2)$     E)  $\pi$



El área de cada círculo es  $4\pi$ . La cuarta parte es  $\pi$ . El área del cuadrado marcado en el dibujo es 4. Luego el área de la zona común a los dos círculos será  $4 - 2 \cdot (\pi - 2) = 2\pi - 4$

Respuesta **19 D**

- 20** En un centro se hizo la misma prueba del Concurso de Primavera a un grupo de alumnos muy buenos de ESO y a todos los de Bachillerato. La media global fue de 84 puntos. Los de ESO, que eran solamente el 10%, obtuvieron todos la misma puntuación y la media de los de Bachillerato fue 83 puntos. ¿Cuál fue la puntuación de cada estudiante de ESO?

A) 85    B) 88    C) 93    D) 94    E) 98

$83 \cdot 0.90 + x \cdot 0.10 = 84$  con lo que despejando  $x = 93$  que es la puntuación de cada estudiante de la ESO

Respuesta **20 C**

- 21** Los números  $a$  y  $b$  satisfacen las ecuaciones  $3^a = 81^{b+2}$  y  $125^b = 5^{a-3}$ . ¿Cuál es el valor de  $a \cdot b$ ?

A) -60    B) -17    C) 9    D) 12    E) 60

$3^a = 81^{b+2} \rightarrow 3^a = 3^{4b+8} \rightarrow a = 4b+8$  Resolviendo este pequeño sistema de 2  
 $125^b = 5^{a-3} \rightarrow 5^{3b} = 5^{a-3} \rightarrow 3b = a-3$   
 ecuaciones con 2 incógnitas, sacamos que  $a = -12$  y que  $b = -5$ , con lo que  $a \cdot b = 60$

Respuesta **21 E**

- 22 Si  $m$  y  $n$  son dos enteros positivos con  $75m = n^3$ , ¿cuál es el mínimo valor posible de  $m + n$ ?

A) 15      B) 30      C) 50      D) 60      E) 5700

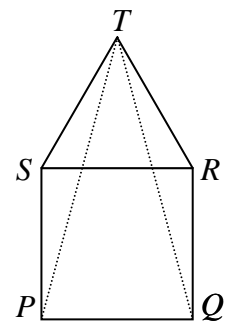
Sabiendo que  $n = \sqrt[3]{75m} = \sqrt[3]{5^2 \cdot 3 \cdot m}$  necesitamos para que sean dos enteros positivos que, como mínimo  $m = 5 \cdot 3^2 = 45$ . Con lo que  $n = 15$  y  $m + n = 60$

Respuesta **22 D**

- 23 Si el cuadrado  $PQRS$  y el triángulo equilátero  $STR$  están en el mismo plano, ¿cuánto mide el ángulo  $P\hat{T}Q$ ?

A)  $16^\circ$       B)  $22^\circ 30'$       C)  $30^\circ$       D)  $36^\circ$       E)  $40^\circ$

Como el triángulo es equilátero, cada ángulo vale  $60^\circ$ , que sumados a los  $90^\circ$  de cada ángulo del cuadrado, hacen que ángulo completo S mida  $150^\circ$ . Como el triángulo STP es isósceles P y T miden cada uno  $15^\circ$ . Lo mismo para el triángulo RTQ. Luego el ángulo  $P\hat{T}Q$  mide  $30^\circ$  para completar los  $60^\circ$  del vértice T.



Respuesta **23 C**

- 24 ¿Cuál es la probabilidad de que al tirar dos dados los números obtenidos sean las cifras de un cuadrado perfecto de dos cifras?

A)  $\frac{1}{9}$       B)  $\frac{2}{9}$       C)  $\frac{7}{36}$       D)  $\frac{1}{4}$       E)  $\frac{1}{3}$

Al tirar dos dados, me pueden salir 36 casos posibles, de los que cuadrados perfectos son 16, 25, 36, 64, y las cifras al contrario, es decir, 61, 52, 63, 46. Con lo que la probabilidad pedida es  $8 / 36 = 2/9$

Respuesta **24 B**

- 25 Una bolsa contiene seis palitos de longitudes 1, 3, 5, 7, 11 y 13 cm. ¿Cuántos triángulos diferentes pueden construirse utilizando tres de esos seis palitos?

A) 20      B) 11      C) 8      D) 1      E) 5

En todo triángulo el lado mayor tiene que ser menor que la suma de los otros dos así que palillos que formen triángulo tenemos: (3,5,7) (3,11,13)(5,7,11) (5,11,13)(7,11,13)

Respuesta **25 E**