

Devoir de mécanique des fluides

Tous documents autorisés

Durée : 2,5 heures

Problème n° 1 *Aéroglysseur*



FIG. 1 – Un aéroglysseur en pleine action

Un aéroglysseur est un engin amphibie permettant de se déplacer à grande vitesse sur des terrains meubles peu accidentés ou sur des plans d'eau. Le contact sol/roue ou eau/coque est remplacé par un matelas d'air assurant une répartition uniforme de la charge. Nous envisageons l'étude de la sustentation de l'engin.

Un ventilateur aspire l'air par une prise d'air située à l'arrière de l'engin – voir photo ci-contre –, l'accélère et le rejette dans une jupe souple de section rectangulaire d'où il s'échappe ensuite horizontalement par la base.

Hypothèses : On assimilera l'air à un fluide incompressible de masse négligeable. De plus, les pertes de charge singulières et régulières seront négligées.

QUESTIONS

1. Calculer la composante verticale R_3 de la poussée du ventilateur. On notera m la masse de l'aéroglysseur.
2. En supposant que les vitesses v_1 et v_2 de l'air dans les sections 1 et 2 sont uniformes, exprimer, en utilisant le théorème d'Euler, R_3 en fonction du débit volumique q_v du ventilateur, de la pression p_2 et de l'aire de la surface S_2 .
3. En supposant aussi que la vitesse v_4 est uniforme dans la section d'aire S_4 (section de sortie de l'air), exprimer p_2 en fonction de q_v , S_4 , et S_2 (On utilisera le principe de conservation de la masse et le théorème de Bernoulli). Écrire alors la relation $q_v = f(h)$.
4. *Application numérique :* Calculer q_v . On donne $h = 10$ cm, $m = 2 \cdot 10^3$ kg $L = 12$ m, $l = 4$ m et $D = 1$ m.
5. Vérifier que la condition pour que v_2 soit uniforme dans la section 2 est remplie (écoulement turbulent). La viscosité cinématique de l'air est : $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5}$ m².s⁻¹, et sa masse volumique $\rho = 1,27$ kg.m⁻³.
6. Le rendement mécanique du ventilateur est η_m . Donner l'expression de la puissance mécanique à fournir au ventilateur pour assurer la sustentation.
Application numérique $S_1 = 1$ m², et $\eta_m = 0,7$.

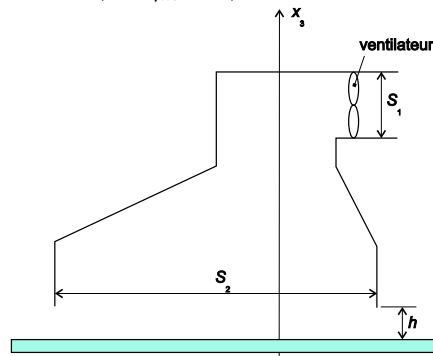


FIG. 2 – Coupe verticale de la conduite d'air

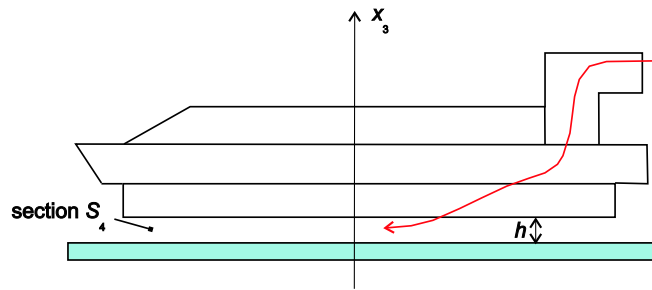


FIG. 3 – Coupe verticale de l'aérogisseur

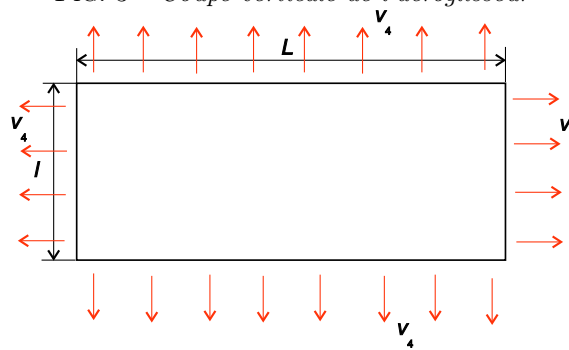


FIG. 4 – Coupe horizontale au niveau de la jupe

Problème n° 2 Circuit hydraulique

On étudie ici, l'énergie fournie par un barrage à une turbine hydraulique. On désire donc connaître l'énergie que la turbine va récupérer. La figure 5 montre le circuit du barrage.

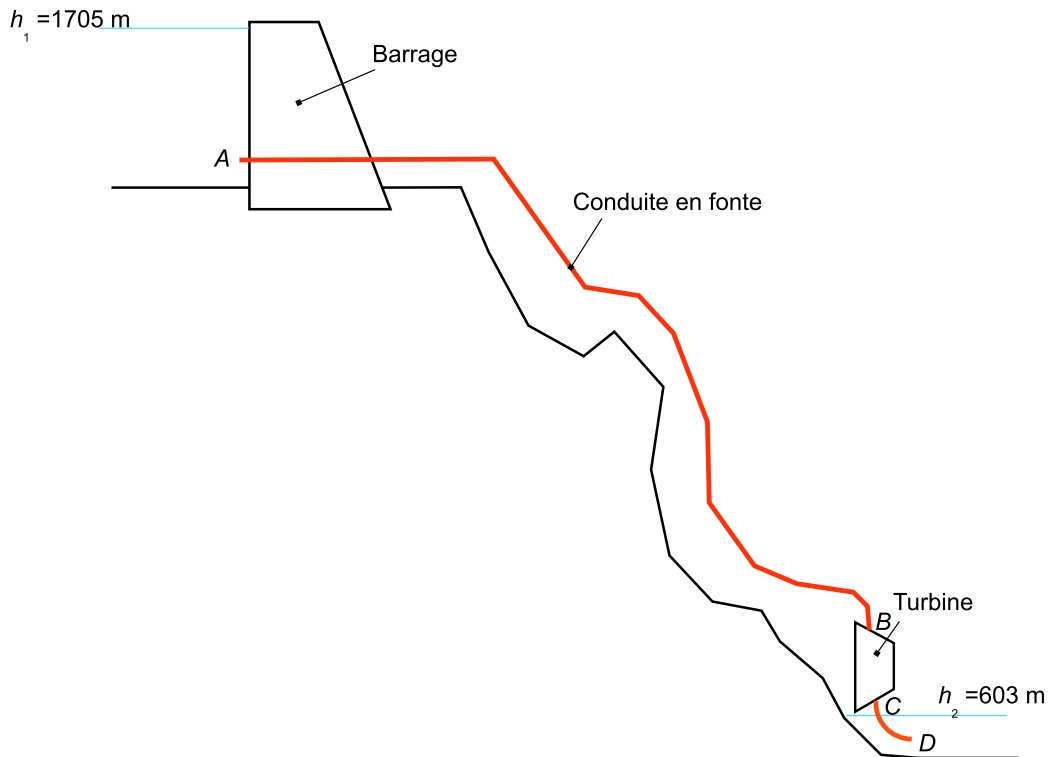


FIG. 5 – Circuit hydraulique du barrage

L'eau dans le barrage, en 1, se situe à une hauteur de 1705 m. On donne les informations suivantes :

- Débit volumique du fluide dans la conduite : $q_v = 245 \text{ ls}^{-1}$;
- Longueur de la conduite entre A et D : $L = 7280 \text{ m}$;
- Diamètre nominal de la conduite : $d = 400 \text{ mm}$;
- Les pertes de charges singulières entre A et B seront négligées ;
- On prendra en compte les pertes de charges singulières entre C et D : il s'agit d'un coude à 90° tel que le rayon moyen vaut 3 fois le diamètre nominal de la conduite. De plus en D , il y a un élargissement brusque tel que la section en aval soit **très** supérieure à la section en amont.
- La viscosité dynamique de l'eau vaut : $\mu = 10^{-3} \text{ Pa.s}$.

QUESTIONS

1. Déterminer le nombre de Reynolds de l'écoulement.
2. Calculer, en mètres, puis en pascals, la charge reçue par la turbine.
3. Déterminer alors la puissance hydraulique mise à la disposition de la turbine.

Problème n° 3 *Étalement par centrifugation*

La technique d'étalement par centrifugation (spin coating) est couramment utilisée pour étaler des couches minces de liquide sur un substrat solide plan. La couche de liquide visqueux a une épaisseur h qui dépend de la position radiale r et du temps (figure 6). On suppose que la couche de liquide conserve cette symétrie cylindrique au cours de l'étalement. Le substrat solide tourne à une vitesse angulaire ω .

La vitesse ω est de l'ordre de 1000 tours/min et l'épaisseur de la couche liquide varie de $100 \mu\text{m}$ à $1 \mu\text{m}$. Le rayon du disque tournant est 5 cm.

Les hypothèses suivantes seront faites :

- Écoulement à faible nombre de Reynolds ;
- Variation lente de l'épaisseur de la couche de liquide ;
- Épaisseur de la couche de liquide petite devant ses dimensions latérales.

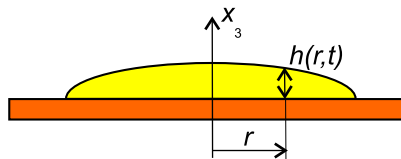


FIG. 6 – *Étalement par centrifugation*

On utilisera les coordonnées cylindriques pour ce problème.

1. Montrer en utilisant les équations de Navier-Stokes, que la composante radiale de la vitesse u_r obéit à l'équation :

$$\mu \frac{\partial^2 u_r}{\partial x_3^2} = \rho \omega^2 r.$$

2. Quelles sont les conditions aux limites pour la vitesse u_r ?
3. Montrer que le débit volumique, intégré sur l'épaisseur h , est :

$$q_v(r) = \frac{\omega^2 r h^3}{\nu 3}.$$

4. Montrer que la conservation de la masse, se traduisant par la conservation du volume de liquide dans un espace annulaire compris entre les rayons r et $r + dr$, conduit à :

$$r \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\omega^2 r^2 h^3}{\nu 3} \right) = 0.$$

remarque : on utilisera une équation de bilan, en écrivant que la variation du volume de fluide dans l'espace annulaire est égale à la quantité de fluide entrant par la section de rayon r moins la quantité de fluide sortant de la section de rayon $r + dr$.

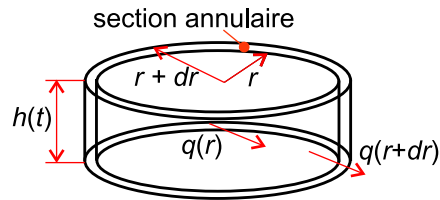


FIG. 7 – Section annulaire sur laquelle il faut appliquer l'équation de conservation

5. L'expérience montre que, très rapidement après le début de l'étalement, l'épaisseur de la couche de liquide est pratiquement indépendante de r . Quelle est alors la loi d'évolution de h en fonction du temps? Quel temps faut-il pour amincir de 100 à $1 \mu\text{m}$ une couche de liquide dont la viscosité cinématique est $0,5 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, à une vitesse de rotation de 1000 tours/min?

Fin de l'énoncé

Le corrigé du devoir se trouve sur le site : <http://perso.wanadoo.fr/philippe.fichou/accueil.htm>, dans la rubrique «mes documents en lignes». Le document est au format pdf (adobe) sous le titre : «devoir de mécanique des fluides + corrigé».