



Ministerio
de Educación

VIII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2011)



Sociedad Matemática
Peruana

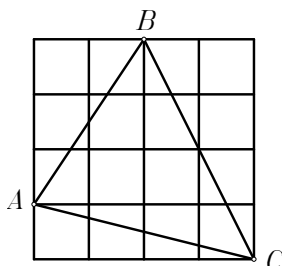
Tercera Fase - Nivel 2

30 de setiembre de 2011

-
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
 - Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
 - Puedes llevarte las hojas con los enunciados de las preguntas.
-

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Un ómnibus, que cobra 8 soles como pasaje único, salió de Lima a Cerro Azul. En cada paradero siempre bajaban dos pasajeros y luego subían tres. Además se sabe que a Cerro Azul llegaron 44 pasajeros y que se recaudó 560 soles. ¿Cuántos pasajeros partieron de Lima?
2. Una compañía de juguetes vendió 5000 unidades el año pasado, de las cuales el 10% fueron peluches. Este año, han vendido 1000 unidades más que el año anterior, donde los peluches representaron el 12% del total. En qué porcentaje, respecto del año anterior, se incrementó la cantidad de peluches vendidos?
3. Un padre y su hijo caminan en línea recta y en la misma dirección. Tres pasos consecutivos del padre cubren una distancia igual a la que cubren cinco pasos consecutivos del hijo; sin embargo, mientras que el padre da seis pasos, el hijo da siete pasos. El padre empieza a caminar luego de que su hijo dio 30 pasos. ¿Después de cuantos pasos del padre, éste logra alcanzar a su hijo?
4. Halla el área del triángulo ABC sabiendo que todos los cuadraditos son de lado 1.





-
5. El polinomio $x^4 + 2x^3 - 7x^2 + px + q$ es igual al producto de los dos polinomios siguientes: $x^2 + ax + b$, $x^2 - bx + a$, donde $a \neq -1$. Halla $a + b + p + q$.
6. Un entero positivo es divisible por todos los enteros del 1 al 20 excepto por dos de ellos, los cuales son consecutivos. Halla la suma de esos dos números.
7. Un número natural de cuatro dígitos es llamado *elegante* si no es múltiplo de 10 y al ser sumado con el número que resulta al invertir el orden de sus dígitos se obtiene un número de cuatro dígitos que es capicúa. Por ejemplo, 2011 es elegante pues no es múltiplo de 10 y además $2011 + 1102 = 3113$ es un número capicúa de cuatro dígitos. ¿Cuántos números de cuatro dígitos son elegantes?
8. Si f es una función real de variable real tal que $f(2f(x)) = x$, para todo número real x , determina el valor de $f(f(6) + 6f(3))$.
9. La bóveda de un banco tiene N cerraduras de modo que para abrir la bóveda se deben abrir todas las N cerraduras simultáneamente. Cinco ejecutivos trabajan en el banco y cada uno de ellos tiene algunas de las llaves de las cerraduras, de tal modo que tres cualesquiera de ellos pueden abrir la bóveda, pero ningún par de ellos puede hacerlo. Halla el menor valor de N .
10. Sea M un conjunto finito de puntos en el plano. Para cada $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, existe una circunferencia que pasa por exactamente i puntos de M . ¿Cuál es la menor cantidad de elementos que puede tener M ?

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN