



Ministerio
de Educación

VIII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2011)



Sociedad Matemática
Peruana

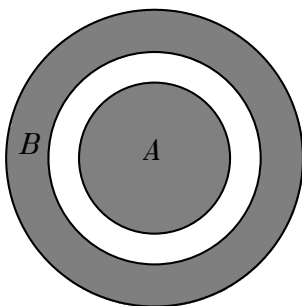
Tercera Fase - Nivel 3

30 de setiembre de 2011

-
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
 - Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
 - Puedes llevarte las hojas con los enunciados de las preguntas.
-

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. En la siguiente figura, se cumple que las tres circunferencias tienen el mismo centro y sus radios son 8, x y 17, siendo x el radio de la circunferencia intermedia. Si el área de la región sombreada A es igual al área de la región sombreada B , halla x .



2. María estudia en un colegio en el que se califica de 0 a 20 inclusive y en todos los cursos se toman 4 exámenes. En su curso de Matemáticas, obtuvo nota final 16, como media aritmética de las notas de los 4 exámenes. Si en los tres primeros exámenes sus notas estuvieron entre 15 y 19 (inclusive), y el promedio fue obtenido sin aproximar decimales, halla la diferencia entre la mayor y la menor nota que pudo obtener María en el cuarto examen de Matemáticas.
3. Dos amigos, Isauro y Eduardo, caminaban en un puente por donde pasaba una línea férrea. Cuando habían recorrido las dos quintas partes del puente, oyeron el ruido de un tren que se aproximaba al puente por detrás de ellos. Despavoridos, comenzaron a correr, cada uno hacia un extremo diferente del puente. Isauro, que había regresado, consiguió salir del puente en el instante exacto en el que el tren iba a entrar al puente. A su vez, Eduardo, que continuó hacia adelante, consiguió salir del puente en el instante en que el tren también iba a hacerlo. Repuestos del susto, cuando se encontraron, comentaron que esto fue posible porque ambos corrieron a 15 km/h y el tren viajaba a x km/h. Halla el valor de x .

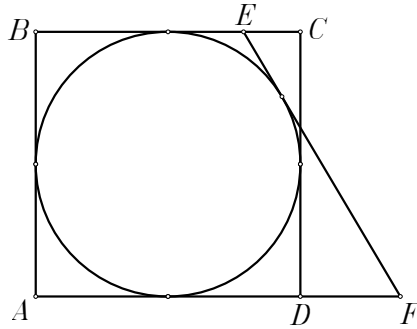


4. Si a, b, c, d son números reales tales que, para todo ángulo θ , se cumple la identidad:

$$\cos(4\theta) = a \cdot \cos^4(\theta) + b \cdot \cos^2(\theta) + c,$$

calcula el valor de $c^2 - ab$.

5. Si $P(x)$ es un polinomio de tercer grado tal que $P(-2) = -23$, $P(-1) = -5$, $P(0) = 1$ y $P(3) = 7$, halla la suma de los coeficientes de $P(x)$.
6. En la figura se muestra el cuadrado $ABCD$ y la circunferencia inscrita en él. El segmento EF es tangente a la circunferencia y además, $EC = 2$ y $DF = 3$. Calcula la longitud del diámetro de la circunferencia.



7. Sea $N = \overline{abc}$ un entero positivo de tres dígitos distintos entre sí, divisible por $a + b + c$ pero no por 3. Determina la cantidad de valores diferentes que puede tomar:

$$\frac{N}{a + b + c}.$$

8. En un club, cada socio debe elegir 4 actividades de un total de 6 disponibles, de tal manera que no haya 2 socios que elijan las mismas 4 actividades ni tampoco haya 2 socios que compartan exactamente 2 actividades. ¿Cuántos socios como máximo puede tener el club?
9. Sea M el mayor valor que puede tomar la expresión $\sqrt{x^4 - 3x^2 - 6x + 13} - \sqrt{x^4 - x^2 + 1}$, siendo x un número real. Halla M^2 .
10. Se dispone de 7 cajas, cada una con 5 bolas en su interior. Se desea colorear cada una de las bolas, de tal manera que en una caja no aparezca dos veces el mismo color, y cada par de colores aparezca en a lo más una caja. ¿Cuántos colores se necesita como mínimo?

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN