

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2004

Tercera Fase – Nivel 1

16 de octubre de 2004

- *La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.*
- *No está permitido el uso de calculadoras, ni consultar notas o libros.*
- *Ingresas tus respuestas en la computadora tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de recepción de las respuestas.*

1. Se desea obtener 50 kilos de café de S/. 4,50 el kilo, mezclando café de dos calidades diferentes. El café superior cuesta S/. 6,30 el kilo y el otro cuesta S/. 2,70 el kilo. ¿Cuántos kilos se debe usar del café más barato?

2. Pedro tiene un negocio de tipeos que atiende solamente de lunes a viernes. En promedio, Pedro tipea semanalmente 440 hojas. Se sabe que los lunes siempre tipea la misma cantidad de hojas, que los martes tipea el doble de la cantidad que tipea los lunes menos 5 hojas; los miércoles 10 hojas más que el día anterior; los jueves 5 hojas menos que el lunes y los viernes tanto como los lunes y martes juntos.

Pedro está intentando que la gente asista a su negocio ciertos días, por lo cual cobra S/. 0,50 por hoja aquellos días que tiene menos de 100 hojas de trabajo y S/. 0,60 por cada hoja en los demás días. Determina cuántos soles gana Pedro en un período de 4 semanas, si tiene los siguientes gastos:
 - Consumo de energía: S/. 70,00 (por las cuatro semanas)
 - Alquiler de local: S/. 100,00 (por las cuatro semanas)
 - Pago a su empleado: S/. 0,30 por cada hoja tipeada

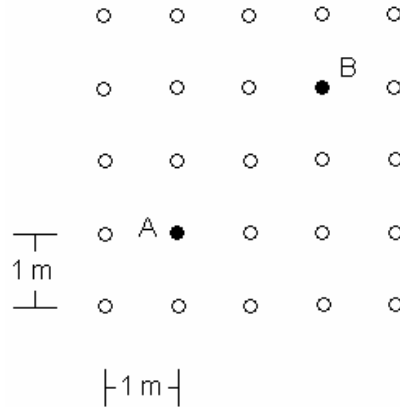
3. Juan escribe en la pizarra todos los números de dos dígitos que tengan su dígito de las decenas mayor que su dígito de las unidades (ambos dígitos deben ser distintos de cero). Luego, Juan calcula la resta de cada uno de dichos números con el número obtenido al invertir sus dígitos. Halla el máximo común divisor de todas estas restas.

4. La diferencia de dos números de tres cifras es 819. Si se invirtieran las cifras del minuendo, la nueva diferencia sería 423. Al sumar las tres cifras del primer número y las tres cifras del segundo número se obtiene 33. Halla el mayor de los números.

5. Al dividir el número 203 entre cierto número entero positivo m se obtuvo como resto 13. Al dividir 298 entre el mismo número m se obtiene como resto nuevamente 13. ¿Cuántos posibles valores tiene el número m ?

6. ¿Cuántos números enteros positivos n de tres dígitos, con suma de dígitos menor que 7, cumplen que n es múltiplo de la suma de sus dígitos?

7. ¿Cuántos valores enteros positivos de m , menores que 2004, cumplen que 2^m es múltiplo de m^2 ?
8. Se tienen 25 piedras distribuidas de la forma mostrada:



Se puede dar saltos de 1m de longitud de una piedra a otra adyacente. Si no se permite pisar dos veces la misma piedra, ¿de cuántas formas se puede ir desde A hasta B dando exactamente seis saltos?

9. Sean:

$$A = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{7 \times 8} + \dots + \frac{1}{2003 \times 2004}$$

$$B = \frac{1}{1003 \times 2004} + \frac{1}{1004 \times 2003} + \frac{1}{1005 \times 2002} + \frac{1}{1006 \times 2001} + \dots + \frac{1}{2004 \times 1003}$$

Halla $\frac{2A}{B}$.

10. En una olimpiada matemática cuyo examen tuvo 8 problemas, se dijo que un participante es "hábil" si este resolvió correctamente más de la mitad de los problemas. También se dijo que un problema fue "difícil" si este fue resuelto completamente por menos de la mitad de los participantes "hábiles".

Si la olimpiada tuvo al menos un alumno hábil, encuentra el mayor número posible de problemas difíciles que tuvo la olimpiada.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN