

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2005

Primera Fase – Nivel 2

15 de julio de 2005

- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar notas o libros.
- Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
- Entrega tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- Puedes llevar las hojas con los enunciados de las preguntas.

MARCA LA ALTERNATIVA CORRECTA EN LA HOJA DE RESPUESTAS

1. Ocho camisas y un pantalón cuestan S/. 125. Además, ocho pantalones y una camisa cuestan S/. 370. ¿Cuál es el precio de un pantalón?

- A) S/. 15
- B) S/. 20
- C) S/. 30
- D) S/. 45
- E) S/. 10

2. Para conocer el peso de un bebé recién nacido se hicieron las siguientes pesadas:

- El bebé y la madre pesaron a kilogramos.
- El bebé y el padre pesaron b kilogramos.
- El padre y la madre pesaron c kilogramos.

¿Cuántos kilogramos pesa el bebé?

- A) $\frac{a+b-c}{2}$
- B) $\frac{a+b+c}{2}$
- C) $\frac{a-b+c}{2}$
- D) $\frac{b+c-a}{2}$
- E) $\frac{a+b-2c}{2}$

3. Una señora compró carne por un valor de S/. 3 y pagó con un billete de S/. 10. El carnicero, que no tenía cambio, cruzó la calzada rumbo hacia la botica, cambió el billete en dos monedas de S/. 5, cruzó nuevamente la calzada y cambió en la panadería una de las monedas de S/. 5 en 5 monedas de S/. 1, con lo cual consiguió dar el vuelto a la señora. Luego de algunos minutos el boticario devolvió al carnicero el billete de S/. 10 pues ¡oh, sorpresa! era falso. El carnicero apenado le entregó un billete de S/. 10 verdadero. ¿Cuánto perdió el carnicero?

- A) S/. 20
- B) S/. 17
- C) S/. 13
- D) S/. 10
- E) S/. 5

4. En un salón de clases hay una cierta cantidad de alumnos. Si al triple de dicha cantidad se le aumenta en 5, resulta una cantidad no menor que 93. En cambio, si al doble de la cantidad de alumnos se le disminuye 1, se obtiene una cantidad menor que 61. ¿Cuántos alumnos hay en dicho salón de clases?

- A) 30
- B) 31
- C) 32
- D) 33
- E) 35

5. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3} + 2^{n+4}}{2^{n-1} + 2^{n-2} + 2^{n-3} + 2^{n-4}} .$$

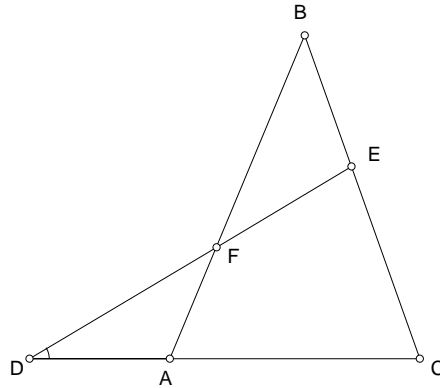
- A) 64
- B) 2^n
- C) 1
- D) 32
- E) 16

6. Simplifica la siguiente proposición:

$$\sim [\sim (p \wedge q) \Rightarrow \sim q] \vee p .$$

- A) $p \vee q$
- B) $p \wedge q$
- C) p
- D) $p \Rightarrow q$
- E) q

7. En la figura se tiene que $AB = BC$, $DC = DE$ y $\angle DFB = 105^\circ$. Halla la medida de $\angle FDA$.



- A) 15°
 B) 10°
 C) 20°
 D) 5°
 E) 30°
8. Utilizando al mismo tiempo dos máquinas A y B se puede terminar un trabajo en 18 horas. Se sabe que si se utiliza sólo la máquina A se demorará 27 horas más que utilizando sólo la máquina B para concluir dicho trabajo. ¿Cuántas horas se necesitará para terminar el trabajo utilizando sólo la máquina A?

- A) 54
 B) 53
 C) 45
 D) 35
 E) 50

9. Calcula el producto de raíces de la ecuación: $|2x + \sqrt{5}| = x + 4\sqrt{5}$.

- A) $3\sqrt{5}$
 B) 25
 C) -25
 D) 15
 E) -15

10. Se sabe que: $\frac{xy}{x^2 + y^2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$. Calcula el valor de $D = \left(\frac{x}{y}\right)^4 + \left(\frac{y}{x}\right)^4$.

- A) 62
 B) 98
 C) 142
 D) 167
 E) 1 154

11. Si $M = (x+1)^4 + (x+2)^3 + (x+3)^2 - 7(x+2) + 2$, halla el valor de:

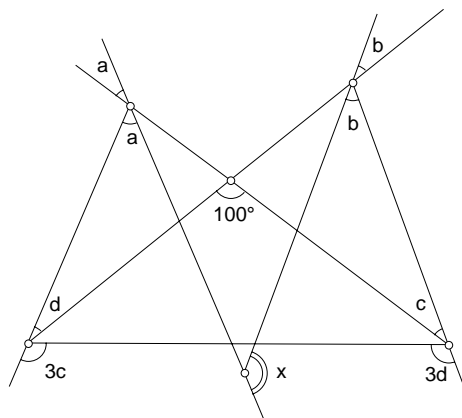
$$\frac{M}{(x+1)(x^2 + 3x + 6)}$$

- A) x
- B) $x-1$
- C) $x+2$
- D) $x-2$
- E) $x+1$

12. ¿Cuántos valores reales de x satisfacen la siguiente ecuación $\frac{x^3 + 1}{x^2 - 1} = x + \sqrt{\frac{6}{x}}$?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

13. En la figura, calcula x .



- A) 100°
- B) 120°
- C) 135°
- D) 145°
- E) 150°

14. Sobre una recta se consideran cinco puntos consecutivos: L, I, S, E y D, que satisfacen las siguientes condiciones:

- $8 LE = 5 LD + 3 LS$
- $5 ID + 3 IS = 64$

Calcula la longitud IE del segmento cuyos extremos son los puntos I y E.

- A) 25
- B) 13
- C) 11
- D) 8
- E) 5

15. En la siguiente multiplicación de un número de tres dígitos por un número de dos dígitos, cada \square representa un dígito oculto. Calcula la suma de las cifras del producto.

$$\begin{array}{r}
 \square\square\square \times \\
 \underline{\square 3} \\
 \square 0\square \\
 \underline{\square 4\square} \\
 \square\square 1\square 5
 \end{array}$$

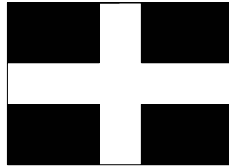
- A) 7
 B) 10
 C) 11
 D) 12
 E) 13
16. Halla los valores enteros de x e y que cumplen la ecuación:

$$2^x + 3^y = 3^{y+2} - 2^{x+1}.$$

Da como respuesta el valor de $x + y$.

- A) -1
 B) 0
 C) 1
 D) 2
 E) 4
17. Cuando el polinomio $x^4 + ax^3 - 7x^2 + bx - 49$ se divide por $x - 3$ el resto es 53, y cuando se divide por $x + 2$ el resto es -87 . Calcula ab .
- A) 3
 B) 4
 C) 5
 D) 6
 E) 9
18. La sucesión infinita 1234567891011121314151617181920212223... es obtenida escribiendo los enteros positivos en orden. ¿Cuál es el 2005-ésimo dígito en esta sucesión?
- A) 4
 B) 5
 C) 6
 D) 7
 E) 8

19. Una bandera consiste de una cruz blanca sobre un fondo negro. Tanto la franja vertical como la franja horizontal son del mismo ancho. Las medidas de la bandera son 48 cm x 24 cm. Si el área de la cruz blanca es igual al área de la parte negra de la bandera, ¿cuál es el ancho de la cruz?



- A) 4 cm
B) 8 cm
C) $(36 - 12\sqrt{5})$ cm
D) $(18 - 6\sqrt{5})$ cm
E) $(9 - 3\sqrt{5})$ cm
20. Alicia y Bruno comparan la cantidad de monedas que tienen. Alicia dice “Si tú me dieras un cierto número de monedas, entonces yo tendría seis veces la cantidad de monedas que a ti te quedarían, pero si yo te diera ese mismo número de monedas, tú tendrías la tercera parte de las monedas que a mi quedarían”. ¿Cuál es la menor cantidad de monedas que Alicia puede tener?

- A) 48
B) 45
C) 36
D) 24
E) 21

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN