MINISTERIO DE EDUCACION

SOCIEDAD MATEMATICA PERUANA

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2005

Segunda Fase – Nivel 2

19 de agosto de 2005

- *La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.*
- *No está permitido el uso de calculadoras, ni consultar notas o libros.*
- *Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.*
- *Entrega tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.*
- *Puedes llevar las hojas con los enunciados de las preguntas.*

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS

1. La suma de dos números es 41. Si se disminuye en 6 unidades el primero y se aumenta en 5 unidades el segundo, el producto de estos nuevos números aumenta en 10 unidades con respecto al producto de los números iniciales. ¿Cuál es la diferencia entre el mayor y el menor de tales números iniciales?

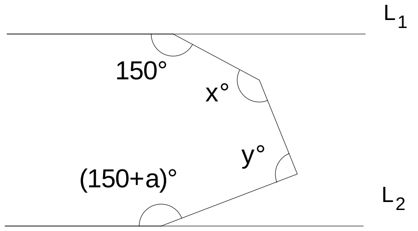
2. Sea x un número real mayor que 1 que satisface la siguiente igualdad:

$$\sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{\frac{\sqrt{\frac{1}{x}}}{x}}}{x}} = \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{\left(\frac{1}{x}\right)^n}}}$$

Halla el valor de $\frac{1}{4}(n+3)$.

3. Ayer recibiste una cierta cantidad de problemas y sólo pudiste resolver 70, quedándote más de la mitad sin resolver. Hoy recibiste 6 nuevos problemas y resolviste 36, quedándote sin resolver, en total, menos de 42 problemas. ¿Cuántos problemas recibiste ayer?

4. En la siguiente figura las rectas L_1 y L_2 son paralelas. Si $x^\circ + y^\circ = 230^\circ$, calcula el valor de ***a***.



5. El siguiente triángulo numérico está formado por el -1 y todos los números impares positivos en forma correlativa. Calcula la suma de todos los números ubicados en la fila 20.

Fila 1				-1			
Fila 2			1		3		
Fila 3		5		7		9	
Fila 4	11		13		15		17
⋮	⋰						⋱

6. Sean x, y, z números reales positivos tales que $xyz = 1$. ¿Cuántos valores enteros puede tomar la expresión:

$$\frac{1}{1+x+xy}+\frac{1}{1+y+yz}+\frac{1}{1+z+zx}\ ?$$

7. Juan debe escribir en la pizarra varios números enteros positivos distintos entre sí, de modo que se cumplan las siguientes condiciones:

- El máximo común divisor de dos números cualesquiera tiene que ser mayor que 1.
- El máximo común divisor de tres números cualesquiera tiene que ser igual a 1.
- Cada número escrito tiene que ser menor que 5005.

¿Cuántos números, como máximo, podrá escribir Juan?

8. Sea $f(n)$ el entero mas cercano a $\sqrt{n}$. Calcula $\frac{9}{f(1)}+\frac{9}{f(2)}+\frac{9}{f(3)}+\ldots+\frac{9}{f(2005)}$.

9. En un tablero cuadriculado de 123 $\times$ 123 casillas, cada casilla es pintada de rojo o azul de acuerdo a las siguientes condiciones:

- Cada casilla pintada de rojo que no esté en el borde del tablero tiene exactamente 5 casillas azules entre sus 8 casillas vecinas.
- Cada casilla pintada de azul que no esté en el borde del tablero tiene exactamente 4 casillas rojas entre sus 8 casillas vecinas.

Halla el número de casillas pintadas de rojo en el tablero.

Nota.- Dos casillas son vecinas si tienen un lado o un vértice común.

10. Sea n un número entero positivo de tres dígitos. Se multiplican sus dígitos para obtener otro número como resultado. Se multiplican los dígitos de este nuevo número para obtener un tercer número. Después de repetir este proceso cierta cantidad de veces se obtiene como resultado el número 4. Entre todos los valores que puede tomar n, ¿cuál es el segundo mayor?

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN