

## OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2005

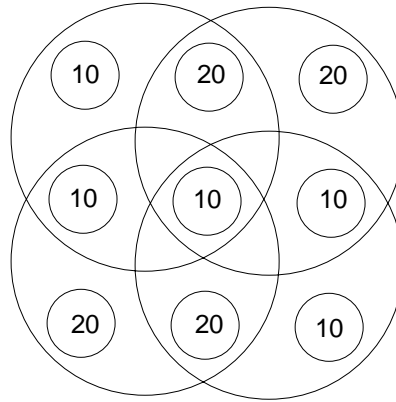
### Tercera Fase – Nivel 1

30 de setiembre de 2005

- *La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.*
- *No está permitido el uso de calculadoras, ni consultar notas o libros.*
- *Ingresar tu respuesta en la computadora cada vez que resuelvas un problema y graba tus respuestas. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de la última grabación de tus respuestas.*
- *La respuesta de cada problema es un **número entero**.*

1. Un número entero positivo tiene tres dígitos. El dígito de las centenas es igual a la suma de los otros dos dígitos, y el cuádruplo del dígito de las unidades es igual a la suma de los dígitos de las decenas y de las centenas. Halla este número.
  
2. En un colegio hay 170 estudiantes en el primer año de secundaria. Algunos de ellos asisten a los talleres de matemática, de danza o de deportes, que se llevan a cabo por las tardes. Se sabe que:  
  
65 estudiantes asisten al taller de matemática.  
96 estudiantes asisten al taller de danza.  
94 estudiantes asisten al taller de deportes.  
35 estudiantes asisten solamente al taller de danza.  
42 estudiantes asisten a los talleres de danza y deporte.  
40 estudiantes asisten a los talleres de matemática y deporte.  
22 estudiantes asisten a los tres talleres.  
  
¿Cuántos estudiantes de primer año de secundaria asisten por lo menos a uno de estos talleres?
  
3. El número de alumnos de un colegio está entre 500 y 1000. Si se forman grupos de 3, cada alumno queda en un grupo, y si se forman grupos de 5 también. Si el número de alumnos de cada salón es igual al número de salones, halla el número de alumnos del colegio.
  
4. ¿Cuántos números de tres cifras existen, tales que el producto de sus cifras sea un número par? (Recuerda que 0 es número par.)
  
5. Ricardo, Sara y Teresa tienen 12, 15 y 19 años de edad, respectivamente. Ricardo escribió en la pizarra el número  $0,\bar{8}$ , Sara escribió  $\sqrt{0,888}$  y Teresa  $0,888$ . Halla la suma de las edades de quienes escribieron el mayor y el menor número.
  
6. Un entero positivo es llamado “*amiguero*” si los dígitos de dicho entero se pueden dividir en dos grupos de tal forma que la suma de los dígitos de un grupo sea igual a la suma de los dígitos del otro grupo. Por ejemplo, 725 es *amiguero* porque  $7 = 2 + 5$  y 48103 es *amiguero* porque  $8 + 0 = 4 + 1 + 3$ . Halla el menor entero positivo  $n$  de tal forma que  $n$  y  $n+1$  sean *amigueros*.
  
7. Llamamos “paso” aplicado a un número, cuando se le multiplica por 2 ó cuando se le disminuye en 3 unidades. ¿Cuál es el menor número de pasos que se deben aplicar para obtener el número 25, partiendo del número 11?

8. Ana y su hermana Frida tienen nueve monedas cada una. Las monedas que ellas tienen son solamente de 10 céntimos y de 20 céntimos. Ana coloca sus monedas sobre una hoja de papel y dibuja cuatro circunferencias cada una de las cuales encierra a cuatro monedas de la siguiente manera:



Se puede ver que las cantidades de dinero que contienen las circunferencias de Ana son 50 céntimos, 60 céntimos, 60 céntimos y 50 céntimos.

Frida coloca sus monedas de manera similar y nota que sus cuatro circunferencias contienen exactamente 50 céntimos cada una.

Si Frida tiene en total  $M$  céntimos, ¿cuántos valores posibles tiene  $M$ ?

9. Un entero positivo  $N$  está compuesto únicamente por los dígitos 0 y 1, y es divisible por 2475. Halla la menor cantidad de cifras que puede tener  $N$ .
10. En las caras de un cubo se escriben diferentes enteros positivos, un número en cada cara, de tal forma que los números en dos caras vecinas cualesquiera difieren al menos en 2. Halla el menor valor posible de la suma de estos seis números.  
Nota: Dos caras de un cubo son vecinas si tienen una arista común.

**GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN**

**¡NO OLVIDES GRABAR TUS RESPUESTAS!**