MINISTERIO DE EDUCACION

SOCIEDAD MATEMATICA PERUANA

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2005

Tercera Fase – Nivel 3

30 de setiembre de 2005

- *La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.*
- *No está permitido el uso de calculadoras, ni consultar notas o libros.*
- *Ingresa tu respuesta en la computadora cada vez que resuelvas un problema y graba tus respuestas. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de la última grabación de tus respuestas.*
- *La respuesta de cada problema es un **número entero.***

1. Si $sen\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{3}$, calcula el valor de P= $360(sen\alpha\cos^3\alpha + sen^3\alpha\cos\alpha)$.

2. En el centro de la cara superior de una caja cúbica de 512 cm^3 de volumen se pega otra caja cúbica de 8 cm^3 de volumen. Halla, en cm^2, el área total de la superficie del sólido resultante.

3. La expresión $\frac{sen\,x}{|sen\,x|} + \frac{\cos x}{|\cos x|}$ toma tres posibles valores a, b y c $(a < b < c)$, cuando x es un ángulo no cuadrantal. Calcula $K = 2a + 4b + 6c$.

4. ¿Para qué valor de n es válida la siguiente identidad?

$$(sen\ x + \sec\ x)^2 + 1 + \cos^2 x = 2 + (1 + \tan\ x)^n$$

5. Dado un triángulo ABC, donde se cumple que $\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{a}{bc}$, calcula $sen\ A - \cos 2A$.

6. En un triángulo ABC, los ángulos A y B satisfacen $3A + 2B = 180°$. Si el lado AB mide 8 y el lado BC mide 4, halla la longitud del lado AC.

7. En el tablero mostrado, cada una de las casillas blancas contiene un dígito que puede ser 1, 2 ó 3, de tal modo que los números formados por todos los dígitos escritos en casillas adyacentes, leyendo de izquierda a derecha o de arriba hacia abajo (211, 31, 223, y 11) cumplen las siguientes condiciones:

a) Cada número es primo

b) Todos los números primos así formados son diferentes.

2	1	1
2	■	1
3	1	■

En las casillas en blanco del siguiente tablero, escribe los dígitos 1, 2 ó 3 , de modo que los números de dos o tres dígitos formados como se ilustró en el tablero anterior, cumplan las condiciones (a) y (b).

		■		
■				■
		■		

¿Cuál es el mayor valor que puede tener la suma de todos estos números primos?

8. En un triángulo ABC se cumple que

$$\frac{\tan A}{1} = \frac{\tan B}{2} = \frac{\tan C}{3}.$$

Halla $720\left(\frac{AC}{AB}\right)^2$.

9. Sea $S = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + ... + \frac{1}{\sqrt{80}}$. Halla el entero n tal que $n - 1 < S < n$.

10. Hallar de cuántas maneras se pueden elegir subconjuntos A, B y C del conjunto $\{1,2,3,4\}$, para que se cumplan simultáneamente las siguientes tres condiciones:

- $A \cap B \cap C = \phi$,
- $A \cap B \neq \phi$,
- $A \cap C \neq \phi$

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN

¡NO OLVIDES GRABAR TUS RESPUESTAS!