

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2006

Segunda Fase – Nivel 1

18 de agosto de 2006

- *La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.*
- *No está permitido el uso de calculadoras, ni consultar notas o libros.*
- *Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.*
- *Entrega tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.*
- *Puedes llevar las hojas con los enunciados de las preguntas.*

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS

EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO

1. Los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5 son usados una vez cada uno para escribir un número de cinco dígitos \overline{abcde} de modo que el número de tres dígitos \overline{abc} es divisible por 4, el número de tres dígitos \overline{bcd} es divisible por 5 y el número de tres dígitos \overline{cde} es divisible por 3. Halla el número \overline{abcde}
2. Los boletos para un sorteo están numerados del 001 al 999. ¿Cuántas cifras cero se han empleado en total?
3. Un hombre compró en el campo una docena de frutas (manzanas y naranjas) por 99 céntimos. Si una manzana cuesta 3 céntimos más que una naranja y compró más manzanas que naranjas. ¿Cuántas naranjas compró?
4. ¿Cuántos números de tres cifras \overline{abc} ($a \neq 0$) cumplen que a es distinto de b y b es distinto de c ?
5. Ana invitó a diecisiete amigos a su fiesta de cumpleaños. Asignó a cada invitado un número del 2 al 18, reservándose el 1 para ella misma. Cuando ella y sus amigos estaban bailando en parejas, se dio cuenta de que la suma de los números de cada pareja era un cuadrado perfecto. ¿Cuál es el número de la persona que bailaba con Ana?
6. Sean a, b y c tres números **reales** positivos tales que $a + b + c = 1$ y $ab + bc + ca = \frac{1}{3}$. Halla el valor de $\frac{7a}{b+1} + \frac{6b}{c+1} + \frac{3c}{a+1}$.
7. Halla el número de parejas (x, y) de números **enteros** que satisfacen la ecuación $x^2 y^3 = 6^{12}$
8. De cada subconjunto no vacío de $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ tomamos la diferencia entre el mayor y el menor elemento (si el subconjunto tiene un solo elemento esta diferencia es 0). Encuentra la suma de las diferencias obtenidas en cada uno de los subconjuntos.

9. Si (a, b, c, d, e) es un reordenamiento de los números $(1, 2, 3, 4, 5)$, ¿cuál es el mayor valor que puede tomar $ab + bc + cd + de$?
10. Sea $E = (10a + 11b)(11a + 10b)$ un **entero positivo** con a y b **enteros**. Encuentra el menor valor de E que sea múltiplo de 7.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN