

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2006

Tercera Fase – Nivel 1

6 de octubre de 2006

- *La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.*
- *No está permitido el uso de calculadoras, ni consultar notas o libros.*
- *Ingresas tu respuesta en la computadora cada vez que resuelvas un problema y grabas tus respuestas. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de la última grabación de tus respuestas.*

EN TODOS LOS CASOS LA RESPUESTA CORRECTA ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO

1. Andrés observa que cuando cumple 14 años, su padre cumple 41; es decir, el número 14 con las cifras invertidas.
Si Andrés y su padre vivieran cien años, ¿podrías decir las veces que a lo largo de la vida de ambos **volverá a ocurrir** esta situación?
2. Angélica tiene una cantidad de caramelos menor que 100. La mitad de sus caramelos se la regala a Beatriz, $\frac{2}{5}$ de lo que le queda le da a Carla, $\frac{5}{9}$ de lo que todavía le queda le regala a Daniela, y por último le obsequia a Esther 10 caramelos. ¿Cuántos caramelos le sobra finalmente a Angélica?
3. Aldo, Bernardo y César resolvieron cada uno exactamente 60 problemas de una lista de 100. Cada problema fue resuelto por al menos uno de los tres.
Diremos que un problema es *fácil* si los tres lo resolvieron y que es *difícil* si sólo uno de los tres lo resolvió.
Si D es la cantidad de problemas *difíciles* y F es la cantidad de problemas *fáciles*, halla D - F.
4. Los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 son usados para construir tres números de tres cifras (se usan todos los dígitos y no se repiten) cuya suma es 2547. De los tres dígitos usados como decenas, ¿cuál es el menor?
5. ¿Cuántos números pares de 4 cifras tienen todos sus dígitos distintos?
6. Sean a, b, c, d y e números donde cada uno vale 1 ó -1. ¿Cuántos valores distintos puede tomar la siguiente expresión?
$$abcde(a + b + c + d + e)$$
7. Un computador primitivo consideraba como cero a todos los números reales x que satisfacen la desigualdad $|x| < \frac{1}{2010}$. ¿Para cuántos enteros positivos m , dicho computador consideraba cero a la expresión
$$\frac{m - 5}{2006m - 2010} ?$$
8. ¿Cuántos números primos menores que 100 pueden escribirse como la suma de dos números primos y también como la suma de tres números primos, no necesariamente distintos?
9. Un número natural se llama *extraño* si la suma de los cuadrados de sus dígitos es igual al número aumentado en 6. ¿Cuántos números *extraños* existen?
10. ¿Cuántos números naturales cumplen las siguientes tres condiciones?
 - a) Son múltiplos de 7
 - b) Son menores que 10^{10}
 - c) Sus dígitos son elementos del conjunto $\{2, 9\}$

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN