

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2006

Tercera Fase – Nivel 3

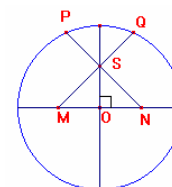
6 de octubre de 2006

- *La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.*
- *No está permitido el uso de calculadoras, ni consultar notas o libros.*
- *Ingresa tu respuesta en la computadora cada vez que resuelvas un problema y graba tus respuestas. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de la última grabación de tus respuestas.*

EN TODOS LOS CASOS LA RESPUESTA CORRECTA ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO

1. Luis piensa en un ángulo agudo, lo divide entre 2, calcula el coseno del cociente, eleva al cuadrado el resultado y finalmente lo multiplica por 8. Si la respuesta final es 6, ¿cuántos grados sexagesimales mide el ángulo que pensó Luis?
2. N es un número de 21 dígitos, donde todos son iguales a 1 excepto el dígito central. Si N es múltiplo de 7, ¿cuál es el dígito central?
3. En una mueblería sólo se producen mesas y escritorios. Para producir cada mesa se requiere de 1 hora de trabajo, y para producir cada escritorio se necesitan 2 horas de trabajo. La mueblería dispone de, a lo más, 16 horas de trabajo y sabe que vendería como máximo 10 mesas y 7 escritorios. Si por cada mesa gana 30 soles y por cada escritorio gana 90 soles, ¿cuál es la mayor ganancia que puede obtener?
4. ¿Para cuántos valores enteros de a la siguiente ecuación, en la variable x , tiene soluciones reales ?
$$\operatorname{sen}^4 x - 2 \cos^2 x + a^2 = 0$$
5. Desde un punto P, exterior a una circunferencia C, se traza la tangente PT y la secante PAB, con A y B en la circunferencia, estando A entre P y B. Si TA es bisectriz del ángulo BTP, $BT = 15$ y $AT = 10$, calcula PT.
6. ¿Cuántos números de cuatro cifras tienen la propiedad que la suma de la cifra de las centenas con la cifra de las decenas es igual a la cifra de los millares?

7. En la gráfica, los puntos M, N y S son puntos medios de los radios de la circunferencia con centro O y la medida del arco PQ es 2θ .
Calcula $3(\operatorname{tg} \theta + \operatorname{ctg} \theta)$



8. Un profesor escribe en la pizarra los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y les dice a sus alumnos: "Deben borrar dos dígitos y los 7 restantes deben ordenarlos adecuadamente para formar un número de 7 dígitos distintos que sea múltiplo de cada uno de sus dígitos". De los dos dígitos que deben ser borrados para resolver el problema, ¿cuál es el mayor?
9. Se tienen 40 puntos en el plano, donde no hay tres colineales. A cada punto se le asigna un número del 1 al 40 sin repetición. Luego se une cada par de puntos mediante segmentos de recta de colores azul, rojo o verde, de acuerdo a las siguientes condiciones:
 - Si la suma de los números asignados a los puntos es múltiplo de 3, el segmento correspondiente será de color azul.
 - Si la suma de los números asignados a los puntos disminuida en 1 es un múltiplo de 3, el segmento correspondiente será de color rojo.
 - Si la suma de los números asignados a los puntos disminuida en 2 es múltiplo de 3, el segmento correspondiente será de color verde.¿Cuántos triángulos se han formado con sus tres lados de colores distintos?



MINISTERIO DE EDUCACION



SOCIEDAD MATEMATICA PERUANA

10. En un triángulo ABC se trazan las bisectrices BD y CE (D en AC y E en AB). Si la medida en grados sexagesimales del ángulo BDE es 24 y la medida en grados sexagesimales del ángulo CED es 18 , ¿cuántos grados sexagesimales mide el ángulo ABC ?

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN