



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2007)



Sociedad Matemática
Peruana

Segunda Fase - Nivel 3

14 de septiembre del 2007

-
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
 - Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
 - Puedes llevarte la hoja con los enunciados de los problemas.
-

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. ¿Cuál es el menor número natural múltiplo de 4 tal que la suma de sus dígitos es 29?
2. En un examen de 120 preguntas, se califica con 3 puntos cada respuesta correcta y con -1 cada respuesta incorrecta. El número de aciertos de Andrés es igual al número de desaciertos de Benito y el número de aciertos de Benito es igual al número de desaciertos de Andrés. Si ambos contestaron todas las preguntas y Andrés obtuvo el doble del puntaje de Benito, ¿qué puntaje obtuvo Benito?
3. Sea x el ángulo agudo tal que $\csc x + \cot x = \sqrt{3}$. Halla $\sec^2 x$.
4. Una máquina arroja monedas de un nuevo sol. Tres amigos A, B y C deciden desarrollar un juego con la máquina del siguiente modo: A usa primero la máquina, luego B y a continuación C y nuevamente A y así sucesivamente. La primera vez, la máquina arroja una moneda y cada vez que se vuelve a utilizar, arroja una moneda más que la vez anterior. La máquina se detuvo cuando los tres amigos obtuvieron en total 1035 nuevos soles. ¿Cuántos nuevos soles obtuvo el que sacó más monedas?
5. Sea ABC un triángulo tal que: $\angle ABC = 3(\angle ACB)$ y $AC = 2AB$. Halla la medida del ángulo $\angle CAB$.
6. En un triángulo ABC se cumple que $\cot A - \cot B = 2$ y $3\tan A + \tan B = -2$. Calcula $3\tan C$.



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2007)



Sociedad Matemática
Peruana

Segunda Fase - Nivel 3

14 de septiembre del 2007

-
7. Un subconjunto M de $\{1, 2, 3, \dots, 15\}$ tiene la propiedad que el producto de todos sus elementos es un cuadrado perfecto, ¿cuántos elementos como máximo puede tener M ?
8. En un triángulo ABC se tiene que $\angle BAC = 2(\angle ACB)$. Se traza el segmento \overline{BD} , con D en \overline{AC} , de modo que $\angle DBA = 2(\angle BAD)$. Si además $DC = 2(BD) + AD$, calcula el ángulo $\angle ACB$.
9. Sea k un número natural que tiene tres divisores y n un número natural que tiene 30 divisores. Si

$$k^2 + n^2 = r^2,$$

siendo r un número natural, halla la suma de todos los posibles valores de k .

10. Sea $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
Una función $f : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$ es *idempotente* si $f(f(x)) = f(x)$, $\forall x \in \mathcal{A}$.
Por ejemplo la función $g : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$ definida por

$$g(1) = 3, g(2) = 5, g(3) = 3, g(4) = 4, g(5) = 5$$

es idempotente.

¿Cuántas funciones $f : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$ son idempotentes?

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN