



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2007)



Sociedad Matemática
Peruana

Tercera fase - Nivel 2

19 de octubre del 2007

-
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
 - Ingresa tu respuesta en la computadora cada vez que resuelvas un problema y graba tus respuestas. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de la última grabación de tus respuestas.
 - Puedes llevarte la hoja con los enunciados de los problemas.
-

EN TODOS LOS CASOS LA RESPUESTA ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Sea N un número de dos cifras y múltiplo de 9. Si se invierte el orden de las cifras de N se obtiene otro número que al sumarle 4 es un múltiplo de 7. Halla N .
2. En una universidad se hizo una encuesta acerca de la aceptación de una nueva ley y los resultados fueron:
 - a) El 50 % de los encuestados está a favor.
 - b) El 40 % de los hombres encuestados está a favor.
 - c) El 30 % de las mujeres encuestadas está en contra.

¿De las personas que están en contra, qué porcentaje son mujeres?

3. En la siguiente gráfica se muestran dos figuras en forma de zig-zag hechas con cuadraditos de 1 cm de lado. La primera tiene cinco cuadraditos y su perímetro es 12 cm, la segunda tiene 9 cuadraditos y su perímetro es 20 cm. ¿Cuál es el perímetro de la figura en forma de zig-zag que tiene 37 cuadraditos?



4. Al dividir el polinomio $P(x)$ entre el polinomio $x^3 - 3x + 2$ se obtiene como resto $2x^2 + 5$ y al dividir $P(x)$ entre el polinomio $x^2 + x - 2$ se obtiene como resto $mx + n$. Calcula $m + 2n$.
-



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2007)



Sociedad Matemática
Peruana

5. En un triángulo ABC , se ubica el punto D en el lado AC de tal forma que $AC = BD$ y $4\angle BAC = 3\angle BCA = 6\angle CBD$. Halla la medida del ángulo ABD .
6. Sea $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, \dots, 2007\}$ el conjunto formado por los 2007 primeros números naturales. \mathcal{B} es un subconjunto de \mathcal{A} que tiene las siguientes propiedades:
- La suma de dos elementos cualesquiera de \mathcal{B} nunca es 2008.
 - La diferencia de dos elementos cualesquiera de \mathcal{B} nunca es 1.

¿Cuál es la mayor cantidad de elementos que puede tener \mathcal{B} ?

7. Se dice que un número de tres cifras es *isósceles* si sus dígitos representan los lados de un triángulo isósceles. Por ejemplo 331 es isósceles pero 229 no lo es. ¿Cuántos números isósceles de tres cifras hay?
8. Sean x, y, z números reales tales que:

$$\begin{aligned}x^2 - yz &= 6 \\y^2 - zx &= 8 \\z^2 - xy &= 10\end{aligned}$$

Halla $\frac{z-x}{y}$.

9. En la pizarra se han escrito tres números de cuatro cifras. Si en estos números se reemplazara cada dígito 2 por el dígito 3, la suma de los nuevos números sería 10985; pero si en vez de cambiar cada dígito 2 se cambia cada dígito 4 por el dígito 7, la suma de los nuevos números sería 11667. ¿Cuál es la suma de los números originales?
10. En una reunión de 20 personas, cada una tiene exactamente dos amigos en la reunión. A la medianoche cada persona debe colocarse un polo de una determinada marca, de tal manera que si dos personas tienen un amigo en común, cada una de ellas debe tener puesto un polo de la misma marca. ¿Cuál es la mayor cantidad de marcas de polos que se puede usar?

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN