



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2007)



Sociedad Matemática
Peruana

Cuarta fase - Nivel 3

02 de diciembre del 2007

-
- La prueba tiene una duración máxima de 4 horas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Entrega tu cuadernillo de soluciones justificando adecuadamente todos los pasos.
 - Puedes llevarte la hoja con los enunciados de los problemas.
-

Problema 1.- Halla todos los valores de A , tales que $0^\circ < A < 360^\circ$ y además:

$$\frac{\operatorname{Sen} A}{\operatorname{Cos} A - 1} \geq 1 \quad \text{y} \quad \frac{3\operatorname{Cos} A - 1}{\operatorname{Sen} A} \geq 1$$

Problema 2.- Asumiendo que cada punto de una recta está pintado de rojo o de azul, de manera arbitraria, demuestra que siempre es posible elegir tres puntos A , B y C en tal recta, que estén pintados del mismo color y que se cumpla:

$$\frac{AB}{1} = \frac{BC}{2} = \frac{AC}{3}.$$

Problema 3.- Decimos que un número natural de al menos dos dígitos E es *especial* si cada vez que se suman dos dígitos adyacentes de E se obtiene un divisor de E . Por ejemplo, 2124 es especial, pues los números $2 + 1$, $1 + 2$ y $2 + 4$ son todos divisores de 2124. Halla el mayor valor de n para el cual existen n números naturales consecutivos tales que todos ellos son especiales.

Problema 4.- Se tiene un rombo $ABCD$ donde los triángulos ABD y BCD son equiláteros. Sean M y N puntos de los lados BC y CD , respectivamente, tales que $m\angle MAN = 30^\circ$. Sea X el punto de intersección de las diagonales AC y BD . Prueba que $m\angle XMN = m\angle DAM$ y $m\angle XNM = m\angle BAN$.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN