



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2008)



Sociedad Matemática
Peruana

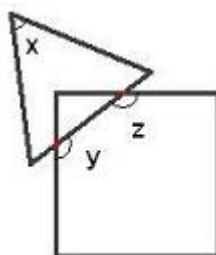
Primera Fase - Nivel 2

20 de junio del 2008

- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
- Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- Puedes llevarte las hojas con los enunciados de las preguntas.

MARCA LA ALTERNATIVA CORRECTA EN LA HOJA DE RESPUESTAS

1. En la siguiente figura se muestran un cuadrado, un triángulo equilátero y los ángulos x , y , z .



Halla $x + y + z$.

- A) 240° B) 270° C) 300° D) 330° E) 360°
2. Halla el menor número capicúa mayor que 2008. Da como respuesta la suma de los cuadrados de las cifras de dicho número.
Nota.- Un número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda se denomina *capicúa*, por ejemplo 14441, 2002 y 25452 son capicúas.
A) 8 B) 10 C) 16 D) 12 E) 20
3. En un salón de clase, el profesor escribe 30 números en la pizarra y le pide a Israel que calcule el promedio de los 30 números, a John el promedio de los 20 primeros y a Daniel el promedio de los 10 últimos. Si John le dictó al profesor el número 10 y Daniel, el número 40, ¿qué número dijo Israel?
A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50
4. Calcula $(1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2) + (5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2) + \dots + (2005^2 - 2006^2 - 2007^2 + 2008^2)$.
A) 502 B) 1004 C) 2008 D) 0 E) -2008



Primera Fase - Nivel 2

-
5. Sea A la cantidad de dígitos de $16^8 \times 5^{30}$ y B la suma de dígitos de $16^8 \times 5^{30}$. Halla $A + B$.
A) 4 B) 30 C) 31 D) 35 E) 34
6. Ana, Bertha, Carla y Diana tienen juntas 200 nuevos soles y juegan con su dinero del siguiente modo: Ana le da la mitad de lo que tiene a Bertha, luego Bertha le da la mitad de lo que tiene a Carla y en seguida Carla le da la mitad de lo que tiene a Diana, quien finalmente le da 10 nuevos soles a Ana. Si al final del juego todas tienen igual cantidad de dinero, ¿cuántos nuevos soles tenía Ana al comenzar el juego?
A) 10 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80
7. Si $64^x + 64^{-x} = 1022$, entonces $8^x + 8^{-x}$ es igual a:
A) 16 B) 30 C) 32 D) 64 E) 128
8. Un libro de 100 páginas tiene numeradas sus páginas desde el 1 hasta el 100. ¿Cuántas de estas páginas tienen algún dígito 5 en su numeración?
A) 10 B) 15 C) 19 D) 20 E) 18
9. Dante prestó 750 nuevos soles a cada uno de sus amigos Andrés, Bruno y Cristóbal, con la condición de que cada uno le devuelva 810 nuevos soles. Actualmente la deuda de Andrés es igual al triple de la deuda de Bruno, e igual al doble de la deuda de Cristóbal. Si lo que ya pagó Andrés es a lo que ya pagó Cristóbal como 3 es a 4, ¿cuánto debe Bruno?
A) 675 B) 54 C) 108 D) 324 E) 216
10. Sea P uno de los vértices de un decágono regular, ¿cuántas diagonales de dicho decágono no pasan por P ?
A) 7 B) 14 C) 28 D) 32 E) 35
11. Se escribe en orden creciente los números enteros positivos que son múltiplos de 2 o múltiplos de 3 pero no de ambos, ¿cuál es el número que ocupa la posición 2008?
A) 4014 B) 4016 C) 6021 D) 6020 E) 4017
12. $P(x)$ es un polinomio que cumple $P(2x + 3) = 4x^2 + 2x - 1$, para todo x real. Si $P(a + 3) = 0$, calcula $\frac{a^4 + a^3}{a - 1}$.
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
13. En un triángulo ABC , la altura y la mediana relativas a A dividen al ángulo A en tres partes iguales. Halla la diferencia entre el mayor y el menor de los ángulos del triángulo ABC .
A) 30° B) 60° C) 90° D) 120° E) 0°



Primera Fase - Nivel 2

14. Resuelve, en el conjunto de los números reales, el siguiente sistema

$$x(y + z) = 35$$

$$y(x + z) = 27$$

$$z(x + y) = 32.$$

Da como respuesta el valor de $|x + y + z|$.

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

15. En la pizarra están escritos los números

$$1, 2, 3, 4, \dots, 108, 109, 110.$$

Si se borran todos los números que son iguales al triple del producto de sus cifras, ¿cuántos números quedan?

- A) 110 B) 109 C) 108 D) 107 E) 106

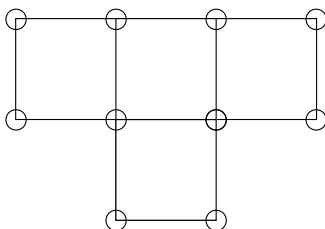
16. Sean a , b y c números reales tales que las raíces de la ecuación $x^2 + ax + b = 0$ son r_1 y r_2 y las raíces de la ecuación $x^2 + 3x + 3c = 0$ son $\frac{r_1}{r_2}$ y $\frac{r_2}{r_1}$. Calcula $\frac{a^2}{bc}$.

- A) $-\frac{1}{3}$ B) -3 C) $\frac{1}{3}$ D) 3 E) 1

17. ¿Cuántos números de tres cifras son iguales a 37 veces la suma de sus cifras?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

18. En la figura se muestra 4 cuadraditos de 1 cm de lado, en los que se han marcado los 10 vértices (algunos vértices pertenecen a varios cuadraditos). Se desea pintar dichos vértices de rojo, verde o azul, de tal forma que si la distancia entre dos vértices es 2 cm, entonces esos vértices se pintan del mismo color. ¿De cuántas formas se puede hacer esto?



Nota.- No necesariamente se usan los tres colores.

- A) 27 B) 54 C) 81 D) 9 E) 36



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2008)



Sociedad Matemática
Peruana

Primera Fase - Nivel 2

19. Las raíces de la ecuación $x^3 + ax + a = 0$ son x_1 , x_2 y x_3 . Si se cumple que

$$(x_1 - 1)^3 + (x_2 - 3)^3 + (x_3 + 4)^3 = 0,$$

halla la cantidad de valores que puede tomar a .

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Más de 3

20. Sea B un subconjunto del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$, tal que si a y b pertenecen a B , entonces $a + b$ es un número compuesto. Halla el mayor número de elementos que puede tener B .

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN