



Ministerio  
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA  
(ONEM 2008)



Sociedad Matemática  
Peruana

Primera Fase - Nivel 3

20 de junio del 2008

- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
- Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- Puedes llevarte las hojas con los enunciados de las preguntas.

MARCA LA ALTERNATIVA CORRECTA EN LA HOJA DE RESPUESTAS

1. Se sabe que  $N$  grados sexagesimales equivalen a  $(N + 10)$  grados centesimales. ¿Cuántos grados sexagesimales equivalen a  $\frac{N\pi}{15}$  radianes ?  
A) 540                      B) 720                      C) 900                      D) 1080                      E) 1620
2. A un alambre de 26 m se le dio 3 cortes, uno después de otro, de manera que la longitud de cada trozo resultante (a partir del segundo trozo) sea igual al del inmediato anterior aumentado en su mitad. ¿Cuántos centímetros mide el trozo de menor longitud?  
A) 320                      B) 32                      C) 100                      D) 260                      E) 26
3. Definimos el operador  $\Delta$  de la siguiente forma:

$$x\Delta y = x^2 + y,$$

Si  $r_1$  y  $r_2$ , con  $r_1 < r_2$ , son las raíces de la ecuación

$$(2x)\Delta 1 + 1\Delta(2x) = x\Delta 2,$$

halla el valor de  $r_2 - 6r_1$ .

- A) 9                      B) -4                      C) 4                      D)  $-\frac{2}{3}$                       E)  $-\frac{3}{2}$
4. En un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $C$ , se cumple que

$$\text{sen } A \cdot \text{sen } 60^\circ = \text{sen } B \cdot \text{sen } 45^\circ.$$

Calcula  $2\tan^2 A + \sec^2 A$ .

- A)  $\frac{11}{3}$                       B) 4                      C) 3                      D) 2                      E)  $\frac{7}{4}$



Primera Fase - Nivel 3

5. Se tiene un sector circular cuyo ángulo central mide  $72^\circ$ . Si el radio disminuye el 25%, ¿cuántos grados sexagesimales hay que aumentar al ángulo central de dicho sector para que el área no varíe?  
A)  $90^\circ$                       B)  $72^\circ$                       C)  $36^\circ$                       D)  $40^\circ$                       E)  $56^\circ$
6. En el triángulo  $ABC$  la bisectriz del ángulo  $\angle ABC$  interseca al lado  $AC$  en el punto  $D$ , la bisectriz del ángulo  $\angle BDC$  interseca al lado  $BC$  en el punto  $E$ . Si la bisectriz del ángulo  $\angle BED$  es perpendicular al lado  $AB$ , y además  $\angle ACB = 26^\circ$ , calcula  $\angle ADE$ .  
A)  $66^\circ$                       B)  $114^\circ$                       C)  $77^\circ$                       D)  $103^\circ$                       E)  $11^\circ$ .
7. Las escalas Fahrenheit (F) y Celsius (C) para medir temperaturas, están relacionadas por una función cuya gráfica es una recta. Si  $0^\circ\text{C}$  equivale a  $32^\circ\text{F}$  y  $100^\circ\text{C}$  equivale a  $212^\circ\text{F}$ , ¿a cuántas grados Celsius equivale 86 grados Fahrenheit?  
A) 36                      B) 40                      C) 24                      D) 25                      E) 30
8. Tres ángulos al ser expresados en grados sexagesimales miden  $S_1, S_2, S_3$  y al ser expresados en grados centesimales miden  $C_1, C_2, C_3$ , respectivamente. Se sabe que  $S_1, S_2, S_3$  forman una progresión aritmética (en ese orden) de razón 18 y que  $4C_3 = 3(C_1 + C_2)$ . Calcula  $S_2 + C_2$ .  
A) 76                      B) 95                      C) 114                      D) 133                      E) 152
9. Sea  $P$  un punto interior de un cuadrado  $ABCD$ . Si las áreas de los triángulos  $PDA$  y  $PBC$  son 4 y 6, respectivamente, calcula la longitud de la diagonal del cuadrado.  
A)  $2\sqrt{5}$                       B)  $2\sqrt{10}$                       C) 5                      D) 8                      E)  $5\sqrt{2}$
10. ¿Cuántos números múltiplos de 15, de 6 cifras están formados únicamente con los dígitos 5 y 8?  
**Nota.**- El número puede tener todos sus dígitos iguales.  
A) 32                      B) 31                      C) 64                      D) 48                      E) 10
11. Si  $x$  es un ángulo agudo, sean

$$M = \frac{2\cos^3 x \cdot \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x + \cos x + 1} + \frac{2\operatorname{sen}^3 x \cdot \cos x}{\operatorname{sen} x + \cos x - 1},$$

$$N = \operatorname{sen} x(1 + \operatorname{sen} x) + \cos x(1 + \cos x) - 1.$$

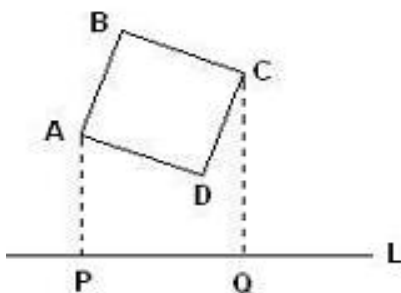
Calcula  $\frac{M}{N}$ .

- A)  $1 + \operatorname{sen} x + \cos x$   
B)  $1 - \operatorname{sen} x + \cos x$   
C)  $1 + \operatorname{sen} x - \cos x$   
D)  $1 - \operatorname{sen} x - \cos x$   
E)  $\operatorname{sen} x + \cos x - 1$



Primera Fase - Nivel 3

12. La circunferencia inscrita en el triángulo  $ABC$  es tangente al lado  $\overline{AB}$  en el punto  $M$  y tangente al lado  $\overline{BC}$  en el punto  $N$ . Si  $AB = 5\sqrt{2}$ ,  $BC = 12\sqrt{2}$  y  $AC = 13\sqrt{2}$ , calcula  $MN$ .
- A) 2                      B)  $2\sqrt{2}$                       C)  $\sqrt{2}$                       D) 4                      E)  $4\sqrt{2}$
13. El promedio de los  $3n + 2$  primeros números naturales que no son múltiplos de 4, es un número que es mayor que 101, pero menor que 102. ¿Cuál es el menor múltiplo de 4 que es mayor que  $n$ ?
- A) 47                      B) 48                      C) 50                      D) 52                      E) 56
14. En un rombo  $ABCD$ ,  $M$  es punto medio de  $AB$  y  $N$  es punto medio de  $AD$ . Si  $\angle ABD = \theta$  y  $\angle MCN = 2\alpha$ , calcula  $\cos^2\theta (9 + \cot^2\alpha)$ .
- A) 3                      B) 6                      C) 7                      D) 9                      E) 14
15. En una granja de Cajamarca hay 50 vacas. Algunas de ellas dan 7 litros de leche diarios y las demás, dan 8. Si al cabo de un cierto número de días las vacas dieron en total 4836 litros de leche, ¿cuántas vacas dan 8 litros de leche diarios?
- A) 47                      B) 32                      C) 13                      D) 28                      E) 22
16. Sea  $ABCDEF$  un hexágono equiángulo, si  $AB = BC$ ,  $CD = 4$ ,  $DE = 14$  y  $EF = 6$ , calcula el área del hexágono.
- Nota.**- Un hexágono es equiángulo si sus seis ángulos interiores tienen igual medida.
- A)  $106\sqrt{3}$                       B)  $144\sqrt{3}$                       C)  $128\sqrt{3}$                       D)  $96\sqrt{3}$                       E)  $108\sqrt{3}$
17. En la figura se muestran un cuadrado  $ABCD$  y una recta  $L$  exterior al cuadrado. Sean  $P$  y  $Q$  las proyecciones ortogonales de los puntos  $A$  y  $C$  sobre  $L$ .



Si el área del pentágono  $PADCQ$  es  $a$ , y el producto  $AP \cdot CQ$  es  $b$ , halla la distancia del punto  $D$  a la recta  $L$ .

- A)  $\sqrt{a} - \sqrt{b}$                       B)  $\sqrt{b} - \sqrt{a}$                       C)  $\sqrt{b - a}$                       D)  $\sqrt{a - b}$                       E)  $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{4}$



Ministerio  
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA  
(ONEM 2008)



Sociedad Matemática  
Peruana

Primera Fase - Nivel 3

---

18. Sean  $a, b, c$  números enteros no nulos tales que  $a + b + c = 0$ . ¿Cuál es el mayor valor que puede tomar  $ab + bc + ac$ ?
- A) 0                      B)  $-1$                       C)  $-\frac{3}{2}$                       D)  $-2$                       E)  $-3$
19. ¿Cuántos números naturales menores que 10000 tienen más dígitos impares que pares?
- A) 1105                      B) 3505                      C) 1505                      D) 2105                      E) 4105
20. Sea  $N$  el menor número natural que es múltiplo de 88 y cuyas cifras suman 88. Calcula la suma de las 8 siguientes cifras del número  $N$ : las 4 primeras y las 4 últimas.
- A) 8                      B) 60                      C) 61                      D) 64                      E) 68

**GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN**