



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2008)



Sociedad Matemática
Peruana

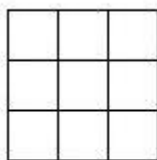
Segunda Fase - Nivel 2

19 de agosto del 2008

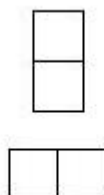
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
- Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- Puedes llevarte la hoja con los enunciados de los problemas.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

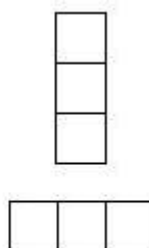
1. Tres hermanas casadas visitan a sus padres cada 2, 3 y 5 días, respectivamente. Si las tres hermanas se encontraron en su visita el primer día del año. ¿Cuántas veces en total coincidirán las tres hermanas en sus visitas a sus padres en ese año?
2. Un cuadrado 3×3 debe ser rellenado, sin superposiciones ni extremos sobrantes usando solo rectángulos de 3×1 y de 2×1 como los de las figuras. ¿De cuántas maneras se puede hacer el relleno?



cuadrado 3×3



rectángulos 2×1



rectángulos 3×1

Aclaración.- No es necesario que en todos los casos se usen los dos tipos de rectángulos.

3. Al dividir el polinomio $P(x) = ax^5 + 3x^4 + 5x + 6$ entre el polinomio $(x - 2)$ se obtiene 128 de residuo. Calcula la suma de los coeficientes del polinomio $Q(x)$ definido por $Q(x) \equiv P(x + 2)$.
4. Sean a y b números reales tales que $a^3 + b^3 = 13$ y $a^9 + b^9 = 1144$. Halla el valor de ab .



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2008)



Sociedad Matemática
Peruana

Segunda Fase - Nivel 2

19 de agosto del 2008

5. ¿Cuántas parejas $(x; y)$ de números reales positivos satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} x^{x+y} = y^3 \\ y^{x+y} = x^6 y^3 \end{cases}$$

6. Encuentra el menor número de 3 dígitos tal que el triple de este número tiene todos sus dígitos pares.

Aclaración.- Recuerda que el 0 es par.

7. ¿Cuál es el máximo común divisor de los siguientes 20 números?

$$21^2(21^2 - 1), \quad 22^2(22^2 - 1), \quad 23^2(23^2 - 1), \quad 24^2(24^2 - 1), \quad \dots, \quad 40^2(40^2 - 1)$$

8. Sea ABC un triángulo rectángulo, recto en B . Se ubican los puntos D y E sobre los lados BC y AC , respectivamente, tales que $2 \cdot ED + AD = 2 \cdot AB$, el ángulo $\angle EDA$ mide el doble que $\angle DAB$, y $\angle CED$ es recto. Halla la medida del ángulo $\angle BCA$, en grados sexagesimales.

9. Sean x, y dos números reales que satisfacen la condición $|x + y| + |x - y| = 2$. Halla el máximo valor de

$$x^2 + y^2 - 12(x + y).$$

10. Algunas casillas de un tablero de 7×7 deben pintarse de tal modo que en cada rectángulo 2×3 ó 3×2 haya al menos una casilla pintada. ¿Cuál es la mínima cantidad de casillas pintadas que puede tener el tablero?

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN