



Ministerio  
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA  
(ONEM 2008)



Sociedad Matemática  
Peruana

Segunda Fase - Nivel 3

19 de agosto del 2008

- 
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
  - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
  - Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
  - Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
  - Puedes llevarte la hoja con los enunciados de los problemas.
- 

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.  
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Mario, Fernando y Alonso son tres hermanos. En el año 2004 la edad de Alonso era el doble de la edad de Mario, y actualmente, en el año 2008, la suma de las edades de Fernando y Alonso es el triple de la edad de Mario. Se sabe que, cuando Fernando nació, Alonso tenía 2 años. ¿En qué año la suma de las edades de los tres hermanos será 70 años?
2. Calcula el área del triángulo formado por los ejes cartesianos y la recta de ecuación  $2x + 3y - 12 = 0$ .
3. Con 120 cubitos de arista 1 se construye un paralelepípedo de  $4 \times 5 \times 6$ . Cada cara del paralelepípedo es pintada de color rojo. ¿Cuántos cubitos tienen al menos una cara pintada?
4. El área de un triángulo  $ABC$ , recto en  $B$ , es  $630 \text{ cm}^2$  y además  $\tan A + \sec A = \frac{7}{2}$ . ¿Cuántos centímetros mide la hipotenusa?
5. Sea  $N$  un número de 3 dígitos, y sea  $M$  el número que resulta al invertir el orden de los dígitos de  $N$ . Si el producto de  $M$  y  $N$  es 394695, calcula la suma de los dígitos de  $N$ .



Ministerio  
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA  
(ONEM 2008)

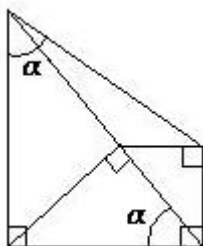


Sociedad Matemática  
Peruana

Segunda Fase - Nivel 3

19 de agosto del 2008

6. En el siguiente gráfico:



Calcula  $(2 - \cos 2\alpha)^2$ .

- En un triángulo  $ABC$ , con  $AB < BC$ , la bisectriz interior trazada desde el vértice  $B$  corta al lado  $AC$  en el punto  $D$ . Sean  $M$  y  $N$  los pies de las alturas trazadas desde  $A$  y  $C$  hacia la recta  $BD$ . Si  $BM = 10$  y  $BD = 12$ , halla  $BN$ .
- Sea  $ABC$  un triángulo donde  $AB = 3$ ,  $BC = 5$  y  $CA = 4$ . Si  $P$  es un punto en el mismo plano del triángulo  $ABC$ , halla el máximo valor que puede tomar  $2(PB)^2 - (PA)^2 - 3(PC)^2$ .
- Encuentra la cantidad de números  $\overline{abcde}$  de 5 dígitos positivos y distintos entre sí, tales que  $a > b$ ,  $b < c$ ,  $c > d$  y  $d > e$ .
- Si la ecuación  $(\operatorname{sen} x)^3 + (\operatorname{cos} x)^3 = a \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x$  tiene exactamente dos soluciones en el intervalo  $[0, \pi]$ , halla el valor de  $a^4 + a^2 + 1$ .

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN