



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2008)



Sociedad Matemática
Peruana

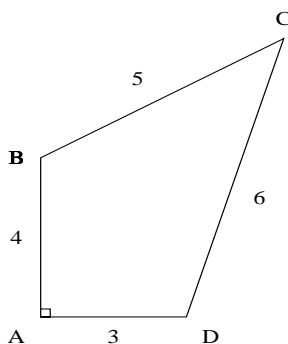
Tercera Fase - Nivel 2

2 de octubre del 2008

-
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
 - Entrega tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
 - Puedes llevarte la hoja con los enunciados de los problemas.
-

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Si $4^n + 4^n + 4^n + 4^n = 2^{2008}$, halla n .
2. El pasaje de Lima a Huacho normalmente cuesta 8 nuevos soles normalmente, el de Huacho a Barranca cuesta 3 nuevos soles y el de Lima a Barranca 9 nuevos soles. Cincuenta jóvenes que viven en Lima decidieron ir a Barranca, pero algunos optaron por bajar en Huacho para conocer la ciudad y después fueron a Barranca. En la ida gastaron en total 512 nuevos soles. Al regreso, los que habían bajado en Huacho decidieron ir de frente a Lima y los otros optaron por bajar en Huacho antes de ir a Lima, pero todos los pasajes se habían incrementado en 1 nuevo sol. ¿Cuánto gastaron en total en su regreso a Lima?
3. Halla el área del cuadrilátero $ABCD$.



4. Sea N un número natural tal que N^2 tiene 7 dígitos y es de la forma:

$$N^2 = \overline{x030y06x}.$$

Calcula N .

5. ¿Cuántas parejas de números enteros (x, y) satisfacen la relación $\frac{x^2}{2} + \frac{5}{y} = 7$?
6. En un torneo de fútbol participaron 22 equipos y al final de la primera fecha se habían jugado 11 partidos y se anotaron 9 goles en total. Si por cada partido ganado se obtiene 3 puntos, por cada partido empatado se obtiene 1 punto y por cada partido perdido se obtiene 0 puntos. ¿Cuántas de las siguientes proposiciones son necesariamente verdaderas?
- Al menos uno de los partidos quedó empatado.
 - Es posible que todos los equipos tengan el mismo puntaje.
 - Algún equipo obtuvo 3 puntos.
 - Hay al menos 4 equipos que obtuvieron 1 punto cada uno.
 - Hay al menos 4 equipos que obtuvieron 3 puntos cada uno.
7. ¿Cuántos números de 5 cifras de la forma $\overline{37abc}$ existen tales que $\overline{37abc}$, $\overline{37bca}$ y $\overline{37cab}$ sean todos múltiplos de 37?
8. Hallar $|a - b|$ al resolver el sistema

$$a\sqrt{a} + b\sqrt{b} = 183$$

$$a\sqrt{b} + b\sqrt{a} = 182$$

9. ¿Cuántas parejas (a, b) de enteros positivos cumplen las siguientes tres condiciones a la vez:
- $a > b$.
 - $a - b$ es múltiplo de 3.
 - a y b son divisores de 6^8 ?
10. Los números enteros del 1 al 25 son distribuidos en un tablero de 5×5 casillas, uno en cada casilla, de tal modo que dos números consecutivos siempre están ubicados en casillas vecinas, como por ejemplo:

13	14	15	16	25
12	1	2	17	24
11	10	3	18	23
8	9	4	19	22
7	6	5	20	21

¿Cuál es el menor valor que puede tomar la suma de los elementos de una diagonal (de 5 casillas)?

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN