



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2008)



Sociedad Matemática
Peruana

Tercera Fase - Nivel 3

2 de octubre del 2008

-
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
 - Entrega tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
 - Puedes llevarte la hoja con los enunciados de los problemas.
-

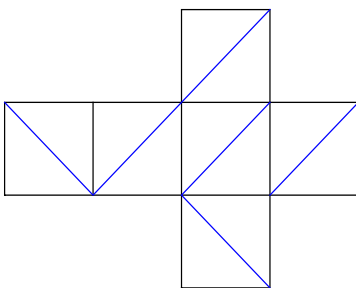
ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Si se cumple que

$$\sqrt{\tan x - 1} + \sqrt{\tan y - \sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}\tan z - 1} = 0$$

con $0^\circ < x, y, z < 90^\circ$, halla el valor de $x + y + z$ en grados sexagesimales.

2. El desarrollo plano de un cubo es el siguiente



En cada cara se ha pintado una de sus diagonales. Un vértice del cubo se denomina *bueno* si en él concurren al menos dos diagonales pintadas. ¿Cuántos vértices buenos tiene dicho cubo?

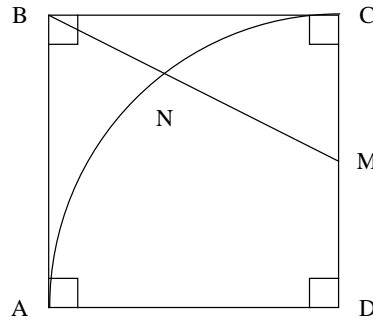
3. ¿Cuántas personas como mínimo deben haber en un restaurante para poder asegurar que en ese restaurante, hay al menos dos personas del mismo sexo nacidas en el mismo mes?

4. Sean x_1, x_2 con $0 < x_1 < x_2 < 360^\circ$ las soluciones de la ecuación

$$\text{sen}(x - 70) = 2 \text{sen } x \text{sen } 20$$

Halla el valor de $x_1 + x_2$ en grados sexagesimales.

5. En el gráfico mostrado DAC es un cuadrante y M es el punto medio de CD .



Si $\angle ANM = \theta$, halla el valor de $\sec^2 \theta$.

6. Sea x un número real positivo tal que $x^3 = 1 + 2x$. Si $x^m = (3x + 2)^2$, halla el valor de m .
7. Para cada entero positivo $n \geq 2$, sea $p(n)$ el mayor divisor primo de n , por ejemplo $p(20) = 5$, pues 5 es el mayor divisor primo de 20. Halla la suma de todos los valores de n tales que $n = 20p(n) + 2008$.
8. En un triángulo ABC , se traza la ceviana interior BD tal que se cumple $2BD + AD = CD$ y $\angle ABD = 2\angle BAC = 4\angle ACB$. Halla la medida del ángulo DBC , en grados sexagesimales.
9. En cada casilla del siguiente tablero de 4×4

se debe escribir un 1 ó un 2, de tal forma que la suma de los números en cada fila y en cada columna sea un número primo. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto?

10. Sean x, y, z números reales que satisfacen

$$\begin{aligned} x &= 2y^2 - 1 \\ y &= 2z^2 - 1 \\ z &= 2x^2 - 1 \end{aligned}$$

Halla la cantidad de valores distintos que puede tomar $x + y + z$.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN