



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática
Peruana

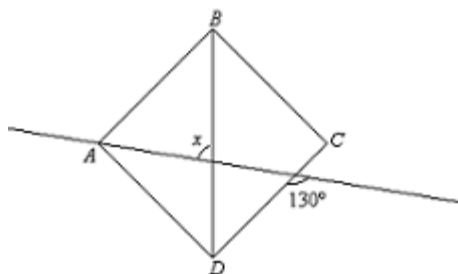
Segunda Fase - Nivel 2

27 de agosto de 2009

-
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
 - Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
 - Puedes llevarte las hojas con los enunciados de las preguntas.
-

MARCA LA ALTERNATIVA CORRECTA EN LA HOJA DE RESPUESTAS

1. En la figura halla el valor de x si $ABCD$ es un cuadrado.



2. Sea x un elemento del conjunto $\{-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$ que satisface la desigualdad $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$. ¿Cuántos valores puede tomar x ?
3. Susana, Teresa y Andrea son tres atletas que cuando hacen carreras de 100 metros planos se asignan puntajes de la siguiente manera: la que queda en primer lugar obtiene tres puntos, la que queda en segundo lugar obtiene un punto, y la que queda en tercer lugar no obtiene punto alguno (no hay empates). Durante sus entrenamientos han hecho cuatro de tales carreras y al final de ellas Susana obtuvo en total cuatro puntos y Teresa tres puntos. ¿En cuántas carreras Andrea quedó en primer lugar?
4. Sea f una función para la cual se cumple que $f\left(\frac{x}{2}\right) = x^2 - x - \frac{7}{9}$, para todo número real x . Halla el producto de todos los valores que puede tomar a en la ecuación $f\left(\frac{a}{6}\right) = -1$.

ONEM PERÚ 2009



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática
Peruana

Segunda Fase - Nivel 2

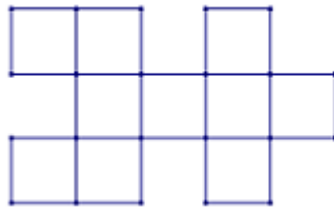
27 de agosto de 2009

-
- Un experto artesano tarda 80 minutos en hacer un sombrero. Su hijo, que le ayuda en la tarea, aún tiene mucho que aprender y tarda 2 horas en hacer un sombrero igual a los que hace su padre. Si trabajan juntos para hacer 10 sombreros, ¿cuántas horas tardarán?
 - Al dividir el polinomio $(x-1)^5$ entre $(x+1)$ se obtuvo como cociente el polinomio $P(x)$ y como residuo el número R . Si S es la suma de los coeficientes de $P(x)$, halla $S - R$.
 - Los boletos de una rifa son enumerados desde el 2000 hasta el 9999. Un profesor compró todos los boletos en los que el 5 aparece exactamente 3 veces; luego de haber comprado estos boletos regaló a su alumno todos los boletos que contenían algún dígito 0. ¿Con cuántos boletos se quedó el profesor?
 - Un número es llamado *perfectamente multiplicativo* si es igual al producto de sus divisores propios. ¿Cuántos números perfectamente multiplicativos hay entre 2 y 50?

Aclaración: Los divisores propios de n son los divisores positivos de n que son menores que n . Por ejemplo, los divisores propios de 6 son 1, 2 y 3.

- En cada casilla, de la siguiente figura, se colocan enteros positivos distintos tales que la suma de dos números de casillas vecinas es un número primo. ¿Cuál es la menor suma posible de todos los números escritos?

Aclaración: Dos casillas son vecinas si tienen un lado en común.



- Si suprimimos algunos dígitos del número 2001009 podemos obtener el número 201 ($2\cancel{0}01\cancel{0}\cancel{0}\cancel{9} \rightarrow 201$). También podemos obtener el número 19 ($\cancel{2}\cancel{0}\cancel{0}1\cancel{0}\cancel{0}\cancel{9} \rightarrow 19$) y podemos obtener otros números más, pero hay algunos números que no se puede obtener, por ejemplo, el número 92.

Alex encontró el menor número natural tal que, al suprimir algunos de sus dígitos es posible obtener todos los números naturales menores que 2009. Si el número de Alex tiene A dígitos, y la suma de los tres dígitos que están en el extremo de la izquierda es B , calcula $A + 3B$.

ONEM PERÚ 2009