



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática
Peruana

Segunda Fase - Nivel 3

27 de agosto de 2009

-
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
 - Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
 - Puedes llevarte las hojas con los enunciados de las preguntas.
-

MARCA LA ALTERNATIVA CORRECTA EN LA HOJA DE RESPUESTAS

1. El valor numérico del área de un triángulo rectángulo ABC , recto en B , es igual a $18 \operatorname{sen} A \operatorname{sen} C$. Calcula la hipotenusa.
2. Estas son las instrucciones para encontrar un tesoro: A partir de un cierto punto caminar
 - 35 pasos hacia el este, luego
 - 30 pasos hacia el norte, luego
 - 15 pasos hacia el oeste, luego
 - 10 pasos hacia el norte, luego
 - 60 pasos hacia el este.

Finalmente, 20 pasos hacia el norte. ¿A cuántos pasos del punto inicial, en línea recta, está el tesoro?

3. En el segmento que une las posiciones de Rosa y Sandra se encuentra la base de una torre (las posiciones y la base están representadas por puntos). Rosa ve lo alto de la torre con un ángulo de elevación α y Sandra ve lo alto de la torre con un ángulo de elevación β . Si la distancia que separa a Rosa y Sandra es 120 metros y $\cot \alpha + \cot \beta = 3$, halla la altura, en metros, de la torre.
4. En un hexágono regular $ABCDEF$ cuyo lado mide 8, halla la distancia del punto de intersección de las diagonales AD y BF a la diagonal AC .



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática
Peruana

Segunda Fase - Nivel 3

27 de agosto de 2009

5. ¿Cuántos números capicúas son múltiplos de 6 y están comprendidos entre 2009 y 9002?

Aclaración: Los números capicúas son aquellos que leídos de izquierda a derecha son iguales que de derecha a izquierda, por ejemplo: 23532, 1441 y 2222 son capicúas.

6. En un tablero de 3×3 colocamos los números del 1 al 9 bajo las siguientes condiciones:

- En las esquinas sólo hay números primos.
- En el centro no hay ningún cuadrado perfecto.

¿De cuántas formas se puede hacer esto?

7. A una fiesta asisten algunos hombres y algunas mujeres. Si se encuentran dos hombres se saludan con un apretón de manos. Pero si se encuentra un hombre con una mujer o se encuentran dos mujeres, entonces se dan un beso en la mejilla. Se sabe que todas las personas que asistieron a la fiesta se encuentran entre sí (dos a dos) y que el número de hombres excede al número de mujeres. Si el número de besos en la mejilla excedió en 75 al número de apretones de manos, ¿cuántas personas asistieron a la fiesta?

8. Sea x un número real tal que $\tan^5 x + \tan x + 1 = 0$, calcula $\tan x + \csc^2 x$.

9. Decimos que un conjunto no vacío formado por números naturales es *especial* si su mayor elemento es igual al doble de su menor elemento. Por ejemplo $\{3, 4, 6\}$ y $\{2, 4\}$ son especiales. Se sabe que el conjunto $\{1, 2, \dots, n-1, n\}$ contiene al menos 2009 subconjuntos especiales. ¿Cuál es el menor valor de n para que esto sea posible?

10. Fernando tiene una cantidad finita de puntos en el plano tales que la distancia entre dos puntos cualesquiera es uno de los tres números 1, 2 ó $\sqrt{3}$. ¿Cuál es el máximo número de puntos que puede tener Fernando?

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN

ONEM PERÚ 2009