



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática
Peruana

Tercera Fase - Nivel 2

2 de octubre de 2009

-
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
 - Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate, se tomará en cuenta la hora de entrega.
 - Puedes llevar las hojas con los enunciados de las preguntas.
-

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.

EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Sea M un número de dos dígitos que tiene la siguiente propiedad: “El máximo común divisor de M y 2009 es un número compuesto”. ¿Cuántos valores puede tomar M ?
2. En la ferretería *tornillo clavado* se vende el kilo de clavos a 15 nuevos soles y el kilo de tornillos a 20 nuevos soles. Cada clavo pesa 2,5 gramos y cada tornillo pesa 4 gramos. Don Manuel, el carpintero, gastó 120 nuevos soles en comprar tornillos y clavos y observó que el número de clavos excedía al de tornillos en 850. ¿Cuánto gastó don Manuel en la compra de los clavos?
3. Las raíces de la ecuación cuadrática $x^2 + ax + b = 0$ son tales que una de ellas es dos unidades mayor que la otra. Si $a + b = 98$ y $a > 0$, halla el valor de $b - a$.
4. Un profesor escribe en la pizarra los números $1, 2, 3, \dots, 100$ y le pide a Gerardo que borre n números consecutivos; luego Beatriz calcula la suma de los números restantes y obtiene 3041. Halla la suma de todos los valores enteros que puede tomar n .
5. ¿Cuántos enteros positivos n cumplen exactamente dos de las siguientes propiedades?
 - $n + 16$ es un cuadrado perfecto.
 - $n + 1$ es un cuadrado perfecto.
 - n es un número primo.

ONEM PERÚ 2009



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática
Peruana

Tercera Fase - Nivel 2

2 de octubre de 2009

6. En cada casilla de un tablero de 3×3 , se escribe un **número entero** de tal manera que, para cada casilla, la suma de los números escritos en sus casillas vecinas sea siempre la misma. ¿Cuántos números distintos, como máximo, se puede escribir en el tablero?

Observación. Dos casillas son vecinas si tienen un lado o un vértice en común.

7. ABC es un triángulo rectángulo en B con $AB = BC$. Sean M y N puntos de los lados AB y BC , respectivamente, tales que $BM = BN$. Las rectas perpendiculares a AN trazadas desde M y B cortan al lado AC en los puntos P y Q , respectivamente. Si $AP = 6$ y $PQ = 5$, halla QC .

8. Se llaman tetraminós en forma de T, a las figuras o fichas que tienen las siguientes formas:



Un tablero de 5×5 es cubierto con un cuadrado de 2×2 y 5 tetraminós en forma de T, quedando una casilla sin cubrir. ¿Cuántas ubicaciones diferentes puede tomar la casilla sin cubrir?

9. Un número natural de dos o más cifras es llamado *aburrido* si para dos dígitos vecinos cualesquiera se cumple que el de la derecha menos el de la izquierda es mayor o igual que 2. ¿Cuántos números aburridos existen?

Por ejemplo, 146 y 1368 son aburridos, pero 1568 no lo es.

10. A continuación se tiene 15 trinomios de segundo orden

$$x^2 - p_1x + q_1, x^2 - p_2x + q_2, \dots, x^2 - p_{15}x + q_{15}$$

tales que el conjunto $\{p_1, q_1, p_2, q_2, \dots, p_{15}, q_{15}\}$ es igual al conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 29, 30\}$.

Decimos que una raíz de uno de estos trinomios es *bueno*, si esa raíz es mayor que 20.

¿Cuántas raíces buenas, como máximo, pueden tener estos 15 trinomios en total?

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN

ONEM PERÚ 2009