



Ministerio  
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA  
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática  
Peruana

Tercera Fase - Nivel 3

2 de octubre de 2009

- 
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
  - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
  - Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
  - Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate, se tomará en cuenta la hora de entrega.
  - Puedes llevar las hojas con los enunciados de las preguntas.

---

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.  
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. En cada una de las 6 caras de un cubo, se escribe un número entero positivo de manera que el producto de los números de las 6 caras es igual a 360. Además, tres de dichas caras contienen a tres números impares consecutivos y las otras tres caras tienen escritas en ellas a tres números pares. Halla el valor de la suma de los números escritos en las 6 caras .

**Observación.** Los números escritos en las caras no son necesariamente diferentes.

2. Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 25 cm y la altura relativa a la hipotenusa mide 12 cm, halla la suma de las longitudes de los catetos de dicho triángulo rectángulo.
3. Si la suma de los números de 3 cifras distintas  $\overline{abc}$  y  $\overline{bca}$  es 10 veces el producto de las cifras de  $\overline{abc}$ , halla la suma de las cifras de  $\overline{abc}$ .
4. Si  $\sec x + \csc x = 3$ , halla el valor de  $(\tan x + \cot x + 1)^2$ .
5. Halla la suma de todos los valores que puede tomar  $k$ , de tal modo que el siguiente sistema de ecuaciones tenga solución única:

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 5$$

$$x + 2y = k$$

---

ONEM PERÚ 2009



Ministerio  
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA  
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática  
Peruana

Tercera Fase - Nivel 3

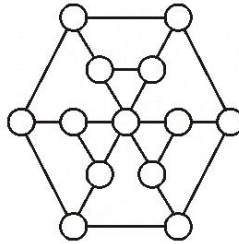
2 de octubre de 2009

6. En un triángulo  $ABC$  con  $\angle B \neq \angle C$  y  $\angle C \neq 90^\circ$  se cumple

$$\tan B = \frac{2 \cos B \cos C - \cos A}{\sin A - 2 \sin C \cos B}$$

Halla la suma de todos los valores que puede tomar el ángulo  $B$ . Expresa tu respuesta en grados sexagesimales.

7. En la siguiente figura, cada círculo representa una estación y cada segmento representa una vía de una red de trenes de la ciudad *Caos*. El alcalde de la ciudad quiere eliminar algunas vías, de manera que de cada estación salgan por lo menos dos vías de trenes.



Halla el máximo número de vías que el alcalde puede eliminar.

8. En una circunferencia de centro  $O$  se toman tres puntos  $A, B, C$  tales que el triángulo  $ABC$  es acutángulo,  $\angle A > 45^\circ$  y  $AB = 20\text{cm}$ ;  $AC = 19\text{cm}$ . Las alturas trazadas desde  $A$  y  $B$  hacia sus lados opuestos se cortan en  $H$  y se tiene que el segmento  $HO$  es paralelo a  $AC$ . Halla el mayor valor de  $BC^2$  (en centímetros cuadrados).
9. Sea  $S = \sqrt{9(1)^2 + (1)} + \sqrt{9(2)^2 + (2)} + \sqrt{9(3)^2 + (3)} + \dots + \sqrt{9(7)^2 + (7)}$ . Si el valor de  $S$  se encuentra entre los enteros consecutivos  $A$  y  $B$  ( $A < S < B$ ), halla el valor de  $A + B$ .



Ministerio  
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA  
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática  
Peruana

Tercera Fase - Nivel 3

2 de octubre de 2009

---

10. En cada una de las 13 casillas de la siguiente figura se escribe un número entero del 1 al 16, no necesariamente distintos, de manera que se cumplan las tres condiciones siguientes:

- El primer número de la fila es el 1 y el último número es el 16 .
- Si dos casillas tienen un lado común, entonces la diferencia positiva de los números escritos en ellas es 1 u 8 .
- Si se escriben el 8 y el 9, no pueden estar en casillas con un lado común.

¿De cuántas maneras es posible escribir números en las 11 casillas restantes?



**GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN**