



Ministerio
de Educación

VIII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2011)



Sociedad Matemática
Peruana

Cuarta Fase - Nivel 2

6 de noviembre de 2011

-
- La prueba tiene una duración máxima de 4 horas.
 - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
 - Resuelve los problemas propuestos **justificando adecuadamente cada paso**.
 - Entrega solamente el cuadernillo de soluciones.
 - Puedes llevarte la hoja con los enunciados de los problemas.
-

Problema 1. Considera la siguiente igualdad:

$$\overline{MACHU} + \overline{PICCHU} = \overline{100AÑOS}$$

donde letras distintas representan dígitos distintos.

- Determina el valor de C .
- Prueba que $H \geq 6$.
- Determina el valor de A .

Problema 2. Encuentra todas las soluciones de la ecuación:

$$(xyz)^2 = 12(x-1)(2y-1)(2z-3),$$

donde x , y y z son números reales tales que $x \geq 1$, $y \geq \frac{1}{2}$ y $z \geq \frac{3}{2}$.

Problema 3. Javier y Paul juegan por turnos de la siguiente manera: En el turno 1, Javier escribe 1 ó 2 en la pizarra; en el turno 2, Paul escribe 2 ó 3; en el turno 3, Javier escribe 3 ó 4, y así sucesivamente hasta el turno n y finaliza el juego. Javier gana si la suma de todos los números escritos es múltiplo de 3, en cualquier otro caso gana Paul.

Determina quién de los dos tiene estrategia ganadora, en cada uno de los siguientes casos:

- Cuando n es par.
- Cuando $n = 2011$.



Ministerio
de Educación

Cuarta Fase - Nivel 2



Sociedad Matemática
Peruana

Problema 4.

- a) Demuestra que existe un polinomio $P(x)$ de coeficientes racionales tal que, para todo entero positivo n , se cumple que:

$$1^{100} + 2^{100} + 3^{100} + \dots + n^{100} = P(n).$$

- b) Para dicho polinomio $P(x)$, calcula los valores numéricos de $P(0)$, $P(-1)$ y $P(-2)$.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN