



$$۱. \int_1^{+\infty} \frac{|\sin x|}{x^3} dx \text{ ناسره}$$

الف. واگراست      ب. همگراست      ج. نه واگرا و نه همگراست      د. هیچکدام

$$۲. \text{ مقدار عبارت } \frac{\sqrt{1+x^2} + ix}{x - i\sqrt{1+x^2}} \text{ به ازای } x = i \text{ کدام است؟}$$

الف.  $-i$       ب.  $i$       ج.  $1+i$       د.  $1-i$

۳. فرض کنید  $Z_1 = r(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$  ،  $Z_2 = \cos 8^\circ + i \sin 8^\circ$  در این صورت  $\arg\left(\frac{Z_1^4}{Z_2^8}\right)$  برابر است با:

الف.  $40^\circ$       ب.  $8^\circ$       ج.  $5^\circ$       د.  $80^\circ$

۴. ناحیه  $\left\{ (r, \theta) \mid 0 \leq r \leq 2 \cos \theta, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right\}$  در مختصات قطبی بر کدام یک از نواحی زیر در صفحه اعداد مختلط است؟

الف.  $|z-1| \leq 1$       ب.  $|z-i| \leq 1$       ج.  $|z+1| \leq 1$       د.  $|z+i| \leq 1$

۵. نمودار معادلات  $r^2 = 4 \cos \theta$  ،  $r = 1 - \cos \theta$  در چند نقطه همدیگر را قطع می کنند؟

الف. ۱      ب. ۲      ج. ۳      د. ۴

۶. اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 & x \geq 2 \\ 8x+b & x < 2 \end{cases}$  در نقطه  $x=2$  مشتق پذیر باشد، آنگاه مقادیر  $a, b$  کدام است؟

الف.  $a=b=2$       ب.  $a=b=-8$       ج.  $a=-8, b=2$       د.  $a=2, b=-8$

۷. اگر  $f(x) = x^5 + x$  ،  $f(1) = 2$  در این صورت  $(f^{-1})'(2)$  برابر است با:

الف. ۶      ب.  $-\frac{1}{6}$       ج.  $-6$       د.  $\frac{1}{6}$

۸. برای دو تابع  $f(x) = x^3$  ،  $g(x) = x^2$  در بازه  $[0, 2]$  مقدار  $C$  مربوط به قضیه کوشی برابر است با:

الف.  $\frac{3}{4}$       ب. ۳      ج.  $\frac{4}{3}$       د. ۴

۹. برای تابع  $f(x) = x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2$  در کدامیک از مقادیر زیر، ماکزیمم حاصل می شود؟

الف.  $x=0$       ب.  $x=1$       ج.  $x=-2$       د. هر سه نقطه

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۳

۲۶۱۵۱ - ۲۶۳۰۱۸ - ۲۶۲۰۲۷ - ۲۶۲۰۳۵

نسی ۵  
تشریحی ۶۰

کنید  $f(x) = x^3 + ax^2 + 2$  باشد. برای اینکه  $x=1$  طول نقطه عطف منحنی باشد، مقدار  $a$  عبارتست از:

۳. ب. -۲      ۴. ج. -۳      ۵. د. ۲

کنید  $\int f(x) dx = \sin^2 x - 4x^2 + 8$  در اینصورت ضابطه  $f(x)$  کدام است؟

۱. ب.  $\sin 2x - 12x^2$       ۲. ب.  $\cos x - 12x^2 + 8x$   
۳. ج.  $2 \sin x - 12x^2 + 8$       ۴. د.  $-\cos^2 x - x^2 + 8x$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$  برابر است با:

- صفر      ۱. ب.  $\frac{2}{3}$       ۲. ج.  $\frac{3}{4}$       ۳. د.  $\frac{\pi}{4}$

$\int \frac{x dx}{\sqrt{9-x^2}}$  برابر است با:

۱. ب.  $\frac{1}{2} \cos^{-1}(\frac{x^2}{3}) + c$       ۲. ج.  $\sin^{-1}(\frac{x}{3}) + c$

۳. د.  $\frac{1}{2} \sin^{-1}(\frac{x^2}{3}) + c$       ۴. ب.  $\frac{1}{2} \sin^{-1}(\frac{x}{3}) + c$

$y = x^x$  باشد در اینصورت  $y'$  کدام است؟

۱. ب.  $x^x(1 + \ln x)$       ۲. ج.  $1 + \ln x$       ۳. د.  $(\ln x)x^{x-1}$

$\int 3^{\sin x} \cdot \cos x$  برابر است با:

۱. ب.  $3^{\sin x} \cdot \ln 3 + c$       ۲. ج.  $3^{\sin x} + c$

۳. د.  $\ln 3^{\sin x} + c$       ۴. ب.  $\frac{1}{\ln 3} 3^{\sin x} + c$

له خط راست  $2x - 3y - 5 = 0$  در مختصات قطبی عبارتست از:

۱. ب.  $r = \frac{5}{2 \cos \theta - 3 \sin \theta}$       ۲. ج.  $r = 2$

۳. د.  $2 \cos \theta - 3 \sin \theta - 5 = 0$       ۴. ب.  $r =$

یب زاویه خط مماس بر منحنی  $r = 4$  را در نقطه  $P(4, \frac{\pi}{4})$  تعیین کنید:

۱. ب.  $m = 1$       ۲. ج.  $m = 0$       ۳. د.  $m = \frac{1}{2}$       ۴. ب.  $m = -1$

نتیجه

اعداد

۱۸. مساحت ناحیه محدود به نمودار توابع  $f(x) = x^3$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  برابر است با:

- الف.  $\frac{14}{5}$  ب.  $\frac{7}{6}$  ج.  $\frac{3}{5}$  د.  $\frac{5}{12}$

۱۹. حجم حاصل از دوران ناحیه محصور به منحنی  $x = y^2$  و خطوط  $x = 0$  و  $y = 1$  حول خط  $y = 2$  عبارتست از:

- الف.  $\frac{6}{5}\pi$  ب.  $6\pi$  ج.  $\frac{5}{6}\pi$  د.  $5\pi$

۲۰. مساحت محصور به منحنی با معادلات پارامتری  $C: \begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$   $0 \leq t \leq 2\pi$  برابر است با:

- الف.  $3\pi$  ب.  $\frac{3}{8}\pi$  ج.  $8\pi$  د.  $\frac{8}{3}\pi$

## سوال تشریحی

۱. مختصات نقطه هایی از منحنی  $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$  را تعیین کنید که مماس بر منحنی در آن نقطه با خط  $3x + y = 0$  موازی باشد.

۲. جهت ثقل و مختصات نقطه عطف تابع  $f(x) = 4x^4 - 4x^3$  را تعیین کنید.  
۳. انتگرالهای زیر را بدست آورید:

الف.  $\int x \sin x \, dx$

ب.  $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1 + \sin \sqrt{x})} \, dx$

۳. نمودار معادله قطبی  $r = 2 + \cos \theta$  را رسم کنید.

۵. طول کمانی از منحنی نمایش  $f(x) = -\ln(1-x^2)$  که بین دو خط  $x = 0$  و  $x = \frac{1}{2}$  قرار دارد، را محاسبه کنید.