بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

از سری جزوات آموزشی:

فیزیک پایه 1

(مکانیک)

تالیف : هریس بنسون

ترجمه : محمدرضا بهاری

ناشر : انتشارات دانشگاه پیام نور

گردآوری : واحد آموزشی انجمن علمی پژوهشی فناوری اطلاعات دانشگاه پیام نور قم

تایپ و تدوین : واحد فناوری انجمن علمی پژوهشی فناوری اطلاعات دانشگاه پیام نور قم

فصل 4 : لختی و حرکت دو بعدی

قانون اول نیوتن:

هر جسمی حالت سکون یا حالت حرکت یکنواخت را روی خط راست حفظ می کند مگر ناچار شود دراثر نیرویی که به آن وارد می شود حالتش را تغییر دهد که این قانون شامل خاصیتی به نام لختی (اینرسی) در همه اجسام می شود.

حرکت دوبعدی:

در فضای سه بعدی، بردار مکان را بصورت زیر نمایش می دهیم:

$$\vec{r} = x\,\hat{i} + y\,\hat{j} + z\,\hat{k}$$

اگر ذره ای از نقطه P_1 در مکان r_1 به نقطه P_2 در مکان r_2 برود جابجایی آن عبارتست از:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = \Delta x\,\hat{i} + \Delta y\,\hat{j} + \Delta z\,\hat{k}$$

در اینجا هم مانند حالت یک بعدی سرعت متوسط را برابر با جابجایی به مدت سپری شده تعریف می کنیم.

$$\bar{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

با توجه به اینکه

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v_x\,\hat{i} + v_y\,\hat{j} + v_z\,\hat{k}$$

پس سرعت لحظه ای برابر است با:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

به همین ترتیب شتاب لحظه ای:

$$a = \frac{d\vec{r}}{dt} = a_x\,\hat{i} + a_y\,\hat{j} + a_z\,\hat{k}$$

معادلات در شتاب ثابت:

در معادلات زیر: $\vec{v}=(v_1, v_2, v_3)$ و $\vec{r}=(r_1, r_2, r_3)$

$$\vec{v}=\vec{v_0}+\vec{a}\,t$$

$$\vec{r}=\vec{r_0}+\frac{1}{2}(\vec{v_0}+\vec{v_1})\,t$$

$$\vec{r}=\vec{r_0}+\vec{v_0}\,t+\frac{1}{2}\vec{a}\,t^2$$

با توجه به اینکه ضرب اسکالر دو بردار برابر با یک عدد است ($\vec{v}.\vec{v}=v^2$) پس معادله مستقل از زمان به این صورت است:

$$v^2-v_0^2=2\,\vec{a}.(\vec{r}-\vec{r_0})$$

در مورد حرکت در دو بعد در صفحه (x,y) رابطه برداری بالا بصورت 4 معادله برای x و 4 معادله برای y تعریف می شود.

$$v_x=v_{0x}+a_x\,t$$

$$x=x_0+\frac{1}{2}(v_{0x}+v_x)\,t$$

$$x=x_0+v_{0x}\,t+\frac{1}{2}a_x\,t$$

$$v_x^2-v_{0x}^2=2\,a_x\,(x-x_0)$$

$$v_y=v_{0y}+a_y\,t$$

$$y=y_0+\frac{1}{2}(v_{0y}+v_y)\,t$$

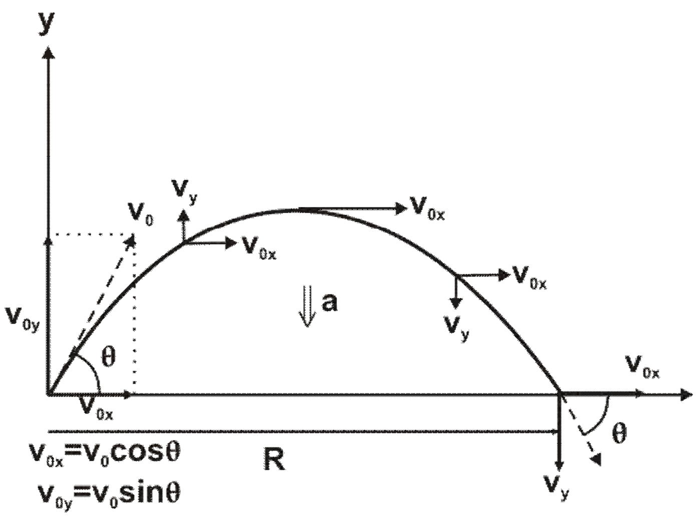
$$y=y_0+v_{0y}\,t+\frac{1}{2}a_y\,t$$

$$v_y^2-v_{0y}^2=2\,a_y\,(y-y_0)$$

حرکت پرتابه ها:

جسمی که در نزدیکی سطح زمین پرتاب شده باشد، به طور کلی دو حرکت مستقل دارد.

یک حرکت افقی با سرعت ثابت ($v_x=v_{0x}$ طبق قانون اول نیوتن در جهت افقی نیرویی به آن وارد نمی شود.) و دیگری شتابدار در راستای قائم ($v_y=v_{0y}-gt$ که ناشی از شتاب ثقل زمین است.).



پس با توجه به توضیحات بالا، در حرکت پرتابه ها:

$a_x = 0 \quad , \quad a_y = -g$

پس معادلات سینماتیک برای حرکت پرتابه :

1) معادلات سرعت:

a) $v_{0x} = v_0 \cos\theta$

b) $v_{0y} = v_0 \sin\theta$

c) $v_y = v_0 \sin\theta - gt$

2) معادلات مکان:

d) $x = v_{0x}.t \longrightarrow x = v_0 \cos\theta .t$

e) $y = y_0 + v_{0y}.t - \frac{1}{2} gt^2 \longrightarrow y = y_0 + v_0 \sin\theta - \frac{1}{2} gt^2$

f) $v_y^2 - v_{0y}^2 = -2g(y - y_0)$:

$v_y = v_0 \sin\theta - gt$

$v_{0y} = v_0 \sin\theta$

3) معادله ترکیبی:

با جایگزین کردن $t = \frac{x}{v_0 \cos q}$ در معادله e داریم:

g) $y = (\tan\theta)\, x - \frac{g}{2 (v_0 \cos\theta)^2} x^2$

4) معادلات در نقطه اوج:

چون در نقطه اوج $v_y = 0$ پس داریم:

h) $t_{\text{اوج}} = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$ طبق معادله e

i) $h_{\text{اوج}} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$ طبق معادله f

نکته: در نقطه اوج $v_y = 0$ پس تنها v_x در نقطه اوج وجود دارد پس سرعت در نقطه اوج برابر است با:

$v_{\text{اوج}} = v_0 \cos\theta$

برد پرتابه:

طبق معادله h، زمان اوج برابر است با $\frac{v_0 \sin q}{g}$ پس این زمان، زمان نیمی از مسیر است پس زمان کل مسیر برابر است با:

$$T = 2\, t_{\text{اوج}} = \frac{2\, v_0 \sin\theta}{g}$$

بنابر این ما زمان پرواز را در معادله d قرار می دهیم و برد را محاسبه می کنیم:

$$R = v_0 \cos\theta \times \frac{2\, v_0 \sin\theta}{g} \Longrightarrow R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} :$$

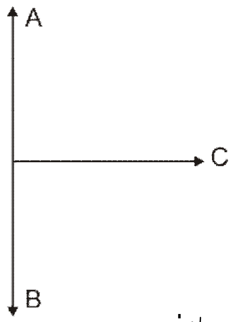
$$2 \sin\theta . \cos\theta = \sin 2\theta$$

نکته: اگر دو پرتابه با سرعت یکسان و یکی با زاویه α و دیگری با زاویه θ پرتاب شود زمانی برد آنها برابر است که: $q + a = \frac{p}{2}$

نکته: بیشترین برد پرتابه با زاویه °45 می باشد.

نکته: $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$

نکته: اگر سه پرتابه را با سرعت های برابر به سه شکل زیر پرتاب کنیم، <u>بلا فاصله بعد از پرتاب</u>



$$a_A = g + a$$
$$a_B = g - a$$
$$a_C = \sqrt{g^2 + a^2}$$

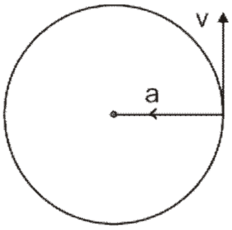
پس شتاب A از همه بیشتر است و در مورد برخورد به زمین و زمان پرواز:

$v_A = v_B = v_C$ و $t_A > t_B = t_C$

نکته: اگر پرتابه در جهت افقی پرتاب شود زاویه پرتاب صفر است و در معادلات sinα=0 و cosα=1 می شود.

حرکت دایره ای یکنواخت:

در حرکت دایره ای یکنواخت شتاب همیشه به مرکز گرایش دارد و سرعت نیز همیشه مماس بر مسیر می باشد پس در یک نقطه شتاب و سرعت بر هم عمودند.



دوره تناوب: زمانی که طول می کشد تا ذره یک دور کامل بزند.

$$T = \frac{t}{n}$$

$t \longrightarrow$ زمان

$n \longrightarrow$ تعداد دور

سرعت زاویه ای:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

سرعت خطی:

$$\vec{v} = r\omega$$

پس اندازه شتاب مرکزگرا برابر است با:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{r^2\omega^2}{r} = r\omega^2$$

چارچوب مرجع لخت:

همانطور که قبلا در فصل ۱ گفته شد مکان و یا سرعت هر جسم فقط نسبت به اجسام دیگر معنی دارد. چارچوب مرجعی که در آن قانون اول صادق باشد چارچوب مرجع لخت نامیده می شود. در چارچوب مرجع لخت جسمی که تحت اثر هیچ نیروی نباشد یا برآیند نیروها بر روی جسم صفر باشد یا ساکن می ماند یا با سرعت ثابت حرکت می کند.

هر چارچوبی که نسبت به یک چارچوب لخت با سرعت ثابت حرکت کند خودش هم یک چارچوب لخت است. اگر شتاب ذره ای در یک چارچوب لخت صفر باشد در تمام چارچوبهای دیگر نیز شتابش صفر است.

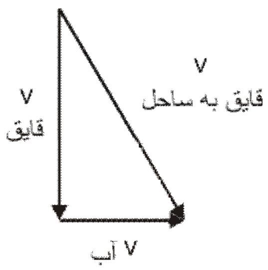
سرعت نسبی:

گاهی لازم است حرکت جسمی را نسبت به جسم دیگر که خودش هم نسبت به زمین در حرکت است، بررسی کنیم.

به طور مثال اتومبیلی با سرعت $35\frac{m}{s}$ به دنبال اتومبیلی که با سرعت $30\frac{m}{s}$ در یک جهت در حرکت هستند، از دیدگاه مسافر اتومبیلی که در حال حرکت با $30\frac{m}{s}$ در حرکت است اتومبیل اول با سرعت $5\frac{m}{s}$ حرکت می کند.

مثال: یک قایق موتوری عرض رودخانه ای را طی می کند. آب با سرعت $5\frac{m}{s}$ به طرف شرق جریان دارد و سرعت قایق نسبت به آب $10\frac{m}{s}$ است و قایق ران سر قایق را در طول مسیر به سمت ساحل نگه می دارد. سرعت قایق نسبت به ساحل چقدر است؟

حل: آب با سرعت $5\frac{m}{s}$ به سمت شرق در حرکت است و قایق با سرعت $10\frac{m}{s}$ نسبت به آب در حرکت است. پس:



$$\mathbf{v}^2_{\text{قایق}} + \mathbf{v}^2_{\text{آب}} = \mathbf{v}^2_{\text{قایق به ساحل}}$$

$$\mathbf{v}_{\text{قایق به ساحل}} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11/2$$

پایان فصل چهارم