

# **Comparación de Modelos Unidimensionales y Bidimensionales en la Simulación Hidráulica de Ríos. Aplicación a un Sector del Río Majes.**

**Pedro Rau, Roberto Campaña**

*Instituto para la Mitigación de los Efectos del Fenómeno El Niño (IMEFEN-CISMID).*

*Universidad Nacional de Ingeniería - Facultad de Ingeniería Civil (Lima, Perú). Email: pchris.ri@gmail.com*

## **1. RESUMEN**

Dentro de un contexto global, la problemática de las inundaciones en el Perú, amerita del conocimiento científico en materia de simulación hidráulica de ríos para lograr el desarrollo de sistemas de control de inundaciones eficientes en el tiempo y espacio. El estado del conocimiento en materia de simulación numérica de ríos, se inició con el interés del hombre en describir el comportamiento del flujo en canales abiertos e interpretar el escurrimiento superficial como parte del ciclo hidrológico. Así, la modelación matemática del flujo en cauces naturales va evolucionando conjuntamente con el desarrollo del cálculo numérico en general y la capacidad de los ordenadores.

Esta investigación proporciona algunos criterios de aplicabilidad de dos modelos matemáticos: HEC RAS y FESWMS como herramientas en la concepción, diseño y gestión de proyectos para el control de inundaciones. Se analizó un tramo de cuenca media de pendiente moderada, muy característico de la costa sur peruana como es el río Majes (Región Arequipa), cuya cuenca hidrográfica representa una de las más importantes de la Vertiente del Pacífico debido a su potencial hídrico. A esto se añade la escasa planificación predial de las 7600 hectáreas irrigadas, el relativo costo elevado de la tierra y poblaciones vulnerables a la inundación.

## **2. OBJETIVOS**

Realizar una comparación de resultados, para hallar las ventajas y limitaciones de dos modelos comerciales, como es el HEC RAS (USACE) y FESWMS (David C. Froelich, 1989), en un intento de aplicar un modelo unidimensional con su variante cuasi bidimensional y un modelo bidimensional respectivamente a las características fisiográficas del Perú, en un tramo de cuenca media de pendiente moderada muy característico de la costa sur como es el río Majes, ubicado en el departamento de Arequipa, específicamente en el ámbito de los sectores Querulpa – Tomaca, donde se hallan proyectos ejecutados de defensa ribereña consistentes en espigones enrocados, y áreas de alto riesgo asociados a un evento de avenida ordinaria.

## **3. JUSTIFICACIÓN**

La información relacionada a comparaciones de modelos unidimensionales y bidimensionales es escasa a nivel de lengua hispana y en general existe un vacío, cuando se pretende realizar comparaciones y/o ajustes, a fin de superar limitaciones que generan los esquemas numéricos empleados en los modelos.

#### 4. DESCRIPCIÓN

La dimensionalidad de estos modelos, según el método de cálculo que emplea, puede dividirse en unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales. Modelos matemáticos unidimensionales tal como el HEC-RAS (USACE) bajo régimen permanente, emplea metodologías de cálculo como el método paso a paso; el modelo bidimensional FESWMS (David C. Froehlich, 1989) bajo régimen permanente, abarca la teoría de elementos finitos. La aplicabilidad de estos dos modelos radica en la geometría del cauce natural que va a caracterizar el flujo hidráulico y su comportamiento frente a estructuras de control, siendo la pendiente del tramo a simular, un factor fundamental. A esto cabe resaltar, que el mayor porcentaje de ríos de la costa, se caracteriza por presentar pendientes que varían de moderada a fuerte (de 1.0 % a mas), particularmente en el sur del Perú, donde los ríos presentan esta característica, incluso hasta su desembocadura y según investigaciones, se considera río de montaña a partir del 2% de pendiente (Jarret R, 1984) es decir con pendientes fuertes.

El área de estudio se localiza en el río Majes, ubicado en el departamento de Arequipa, provincia de Castilla y específicamente en el ámbito de los sectores Querulpa-Tomaca, tramo de característica entrelazada donde se hallan proyectos ejecutados de defensa ribereña de tipo espigón enrocado, y áreas de alto riesgo asociados a un evento de avenida ordinaria, debido a problemas que se suscitan por el cierre de un brazo alrededor de un islote de considerable extensión (aprox. 1.9 km<sup>2</sup>). Para los fines de estudio, se realizará una comparación entre los resultados de una modelación unidimensional y bidimensional. Así se pretende contribuir con estos proyectos de control de inundaciones, especialmente en el valle de Majes, cuyo río representa el sistema hidrográfico más largo de la costa peruana: Colca-Majes-Camaná (aprox. 450 km).

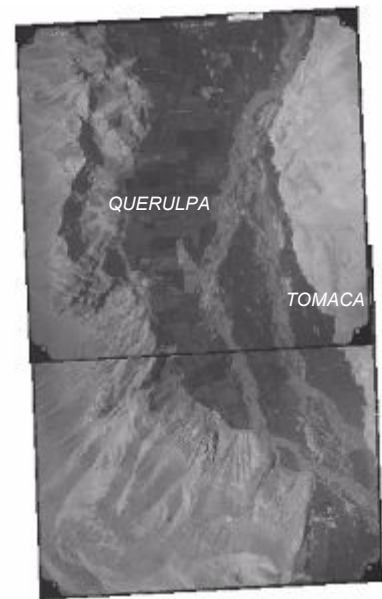


Fig 1. Imagen aérea con las condiciones iniciales (año 1997) presentando un islote característico en ríos entrelazados mayores y sus respectivos brazos.

Río Majes  
Dirección del flujo

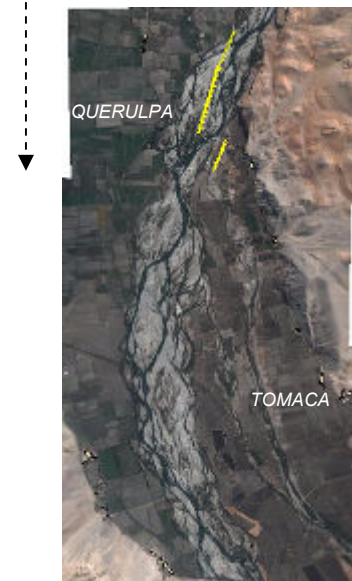


Fig 2. Vista satelital con las condiciones finales (año 2004) cierre continuo del brazo izquierdo (Tomaca) y el encauzamiento con espigones enrocados (color amarillo).

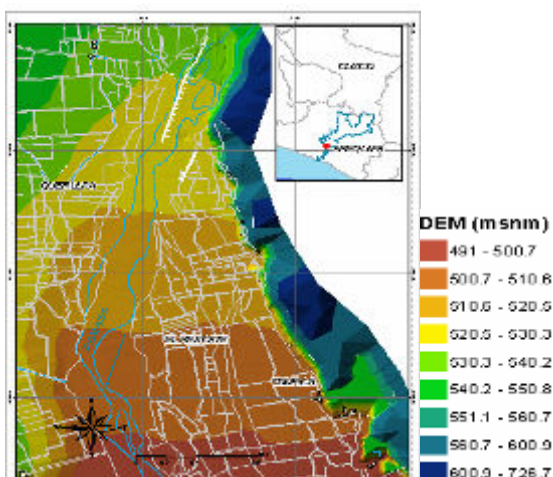


Fig 3. Modelo de Elevación digital del Terreno (msnm), ubicación del sector de análisis en la cuenca Colca - Majes - Camaná.



## 5. MODELOS MATEMÁTICOS DE FLUJO.

Considerando el flujo en régimen permanente, los modelos empleados fueron el modelo unidimensional HEC - RAS (USACE, versión 2003) con su variante cuasi bidimensional y el modelo bidimensional FESWMS - 2DH (FROELICH, D 1989), este último incorporado en el software comercial SMS 9.0.

### 5.1. HEC – RAS (Hydrologic Engineering Center – River Analysis System) <sup>1,2</sup>

La versión 3.1.3 empleado para esta investigación, presenta tres componentes de análisis unidimensional de flujo permanente para superficie libre, flujo no permanente y transporte de sedimento. El análisis en régimen permanente fue utilizado para esta investigación.

El flujo gradualmente variado se caracteriza por los cambios mínimos en la superficie de agua y velocidades de una sección transversal a otra. El primer proceso iterativo es calcular el perfil de superficie de agua según el método del Paso Directo, los cálculos básicos en un proceso iterativo se apoyan en la ecuación de la energía.

Donde se establece que la energía total (H) en cualquier punto del flujo es igual a la suma de

la energía potencial (Z+Y) y la energía cinética ( $\frac{\alpha V^2}{2g}$ )

$$H = Z + Y + \frac{\alpha V^2}{2g} \quad (1)$$

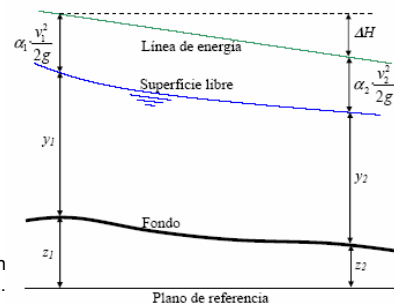


Fig. 4. Variables que intervienen en la ecuación de la energía.

#### 5.1.1. HEC RAS Método DCM y modelación cuasi bidimensional. <sup>3</sup>

Lotter (1933) y posteriormente Einstein y Banks (1950) trabajaron sobre la hipótesis que el caudal total en la sección puede obtenerse como la suma de los caudales parciales fluyentes por cada subsección, asumiendo que la pendiente de la línea de energía es constante para todas las subsecciones y que los perímetros mojados parciales correspondientes a cada sub área son los dados por el contorno fijo únicamente. El caudal parcial  $Q_i$  de cada subsección se puede obtener como:

Donde:

$$Q_i = K_i S_o^{1/2} \quad (2)$$

$S_o$  = pendiente longitudinal.

$K_i$  = conductividad hidráulica de cada subsección, dada por  $K_i = \frac{A_i R_i^{2/3}}{n_i} \quad (3)$

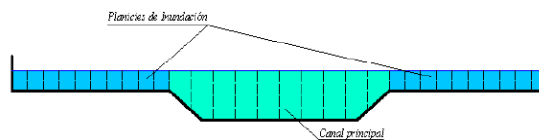


Fig. 5. Subdivisiones del canal central y llanura de inundación en el método DCM.

$A_i$ : Área de la subsección  $i$ .

$R_i$ : Radio hidráulico de la subsección  $i$ .

$N_i$ : Coeficiente de rugosidad de Manning de la subsección  $i$ .

La distribución lateral de velocidades puede ser estimada a partir de los caudales  $Q_i$  calculados con la ecuación (1). La velocidad media en una subsección,  $V_i$ , se puede estimar como:

<sup>1</sup> FLUMEN Dinámica fluvial i enginyeria hidrologica – Aspectos generales del cálculo en lámina libre en régimen permanente gradualmente variado

<sup>2</sup> US ARMY CORPS OF ENGINEERS – Hec – Ras River Analysis System, Hydraulic Reference Manual Version 3.1

<sup>3</sup> WEBER JUAN, MENENDEZ ANGEL. Desempeño de modelos de distribución lateral de velocidades en canales de sección compuesta

$$V_i = \frac{Q_i}{A_i} \quad (4)$$

Este modelo está implementado en el programa HEC - RAS desde la versión del año 2001 en su comando *Flow Distribution*.

## 5.2. FESWMS – 2DH (Finite Element Surface Water Modeling System - Two Dimensional Depth Average) <sup>1,2</sup>

Este sistema de modelación de agua superficial ha sido implementado por la Administración Federal de Carreteras de los EEUU (FHWA), principalmente para evaluar condiciones complejas en cruces de carreteras por cursos de agua, cuando el análisis convencional basado en cálculos unidimensionales no proporciona suficiente nivel de detalles para los objetivos del estudio. La interface grafica de usuario se puede encontrar en el software SMS 9.0 (Surface Water Modelling System) utilizado en la investigación.

El modelo hidrodinámico FESWMS en dos dimensiones para régimen subcrítico y supercrítico, se basa en la teoría de elementos finitos, El método de elementos finitos que se emplea es el método de Galerkin, en el cual las soluciones durante el proceso de iteración se dividen en regiones físicas llamadas elementos. Dichos elementos bidimensionales pueden ser de forma triangular o cuadrangular y son definidos por nodos conectados a lo largo de los bordes e interiores de dichos elementos, los cuales conforman el dominio computacional o malla.

Se emplean los siguientes elementos bidimensionales:

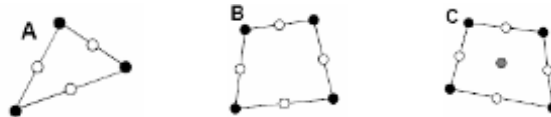


Fig.6. TRIANGULO 6 NODOS, CUADRILATERO OCHO NODOS al azar y CUADRILATERO NUEVE NODOS de Lagrange.

Las ecuaciones básicas para un flujo bidimensional (2DH) provienen de la integración de las ecuaciones de Reynolds. La ecuación de continuidad para el flujo es:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial HU}{\partial x} + \frac{\partial HV}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$U = \frac{1}{H} \int_{z_b}^{z_s} u dz \quad (6)$$

$$V = \frac{1}{H} \int_{z_b}^{z_s} v dz \quad (7)$$

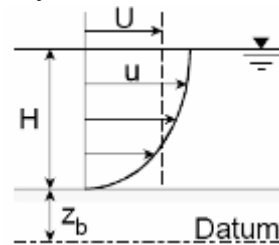


Fig.7 Velocidad promedio en X

Las ecuaciones de movimiento comúnmente usadas son:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + g \frac{\partial(H + z_b)}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho H} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(H T_{xx})}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial(H T_{xy})}{\partial y} \quad (8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + g \frac{\partial(H + z_b)}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho H} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(H T_{xy})}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial(H T_{yy})}{\partial y} \quad (9)$$

U = velocidad promedio en X.

V = velocidad promedio en Y.

H = tirante.

Z<sub>b</sub> = elevación del lecho.

T<sub>bx</sub>, T<sub>by</sub> son los esfuerzos cortantes en el lecho.

T<sub>xx</sub>, T<sub>xy</sub>, T<sub>yy</sub> = cambio horizontal del momentum debido a la viscosidad, turbulencia, flujo espiral y distribución no uniforme en la velocidad.

<sup>1</sup> FROELICH DAVE.C., *Finite Element Surface Water Modeling System (FESWMS) – User's manual for FESWMS FST2DH – Two Dimensional Depth-averaged Flow and Sediment Transport Model* -1989.

<sup>2</sup> CHAUDHRY. M. HANIF, *Open Channel Flow*, 1993. pp 381.

Los esfuerzos de corte pueden ser expresados por las relaciones 2D de Chezy:

$$\tau_{bx} = \frac{\rho g U \sqrt{U^2 + V^2}}{C^2}, \quad \tau_{by} = \frac{\rho g V \sqrt{U^2 + V^2}}{C^2} \quad C = \text{coeficiente de Chezy.} \quad (10)$$

Con una integración en t, x, y con respecto a la coordenada vertical desde el lecho a la superficie de agua y asumiendo que las velocidades en la vertical y aceleraciones pueden ser omisibles, se puede obtener las ecuaciones del transporte de momentum en las direcciones X e Y respectivamente:

En la dirección X:

$$\frac{\partial(HU)}{\partial t} + \frac{\partial(\beta_{uu}HUU + (\cos \alpha_x \cos \alpha_z)^2 \frac{1}{2} gH^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\beta_{uv}HUV)}{\partial y} + \cos \alpha_x gH \frac{\partial z_b}{\partial x} - \Omega HV + \frac{1}{\rho} \left[ \tau_{bx} - \tau_{sx} - \frac{\partial(H\tau_{xx})}{\partial x} - \frac{\partial(H\tau_{xy})}{\partial y} \right] = 0 \quad (11)$$

En la dirección Y:

$$\frac{\partial(HV)}{\partial t} + \frac{\partial(\beta_{vv}HVV + (\cos \alpha_y \cos \alpha_z)^2 \frac{1}{2} gH^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\beta_{vu}HVU)}{\partial x} + \cos \alpha_y gH \frac{\partial z_b}{\partial y} - \Omega HU + \frac{1}{\rho} \left[ \tau_{by} - \tau_{sy} - \frac{\partial(H\tau_{yx})}{\partial x} - \frac{\partial(H\tau_{yy})}{\partial y} \right] = 0 \quad (12)$$

$\beta_{uu}$ ,  $\beta_{uv}$ ,  $\beta_{vu}$  y  $\beta_{vv}$  son los coeficientes de corrección para el momento de flujo que corrigen las variaciones de la velocidad en la dirección vertical.

$T_{bx}$  y  $T_{by}$  son los esfuerzos cortantes en el lecho.

$T_{sx}$  y  $T_{sy}$  son los esfuerzos cortantes en la superficie.

$T_{xx}$ ,  $T_{xy}$ ,  $T_{yx}$ ,  $T_{yy}$  son los esfuerzos cortantes causados por la turbulencia.

$\Omega$  = parámetro de Coriolis (depende de la latitud  $s^{-1}$ ).

$$\alpha_x = \arctg\left(\frac{\partial z_b}{\partial x}\right) \quad \alpha_y = \arctg\left(\frac{\partial z_b}{\partial y}\right) \quad \alpha_z = \arccos(1 - \cos^2 \alpha_x - \cos^2 \alpha_y)$$

## 6. SIMULACIÓN HIDRAULICA DEL FLUJO

Se definen los escenarios para las condiciones inicial y final del sector, cuya representación se hizo posible con el empleo de un Sistema de Información Geográfica (ArcView 3.2, ArcGis 9.0) y la extensión HEC GeORAS.

### 6.1. Primer escenario: Condiciones iniciales antes del cierre del brazo Tomaca (año 1997)

- Datos hidrológicos: Análisis de caudales máximos para la data de la estación Huatiapa (SENAMHI), caudal de simulación 929.06 m<sup>3</sup>/s correspondiente a un evento de 5 años de periodo de retorno.

- Data topográfica: Curvas a nivel cada 1m de elevación

- Datos de referencias: empleo de fotografía aérea (año 1997) para la calibración.

- Objetivo: Determinación de los caudales de ingreso en cada brazo, para otorgar un grado de magnitud al fenómeno que implica el cierre del brazo izquierdo Tomaca.

- Tipo de modelación: Modelo bidimensional FESWMS-2DH aplicado al tramo donde se inicia la bifurcación.

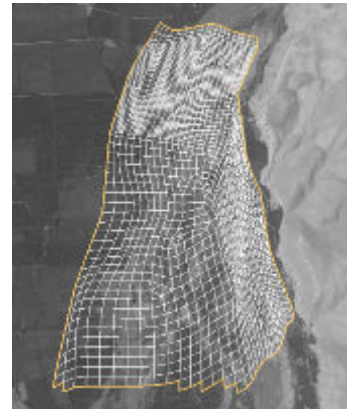


Fig. 8. Malla de elementos finitos en la bifurcación

## 6.2. Segundo escenario: Situación actual, espigones enrocados en tramo recto

- Datos hidrológicos: Análisis de caudales máximos para la data de la estación hidrométrica Huatiapa (SENAMHI). Se obtuvieron los caudales de simulación correspondientes a.  $929.06 \text{ m}^3/\text{s}$  (5 años de periodo de retorno) y  $1690.68 \text{ m}^3/\text{s}$  (50 años de periodo de retorno).
- A su vez se determino en base a mediciones y aforos in-situ y registros anteriores, un caudal de calibración de  $30 \text{ m}^3/\text{s}$ , validando un coeficiente de Manning de 0.035.
- Data topográfica y cartográfica: Curvas a nivel cada 1m de elevación reciente y su complemento con la carta nacional en el sistema UTM – PSAD56.
- Datos de referencias: empleo de fotografía aérea (año 1997), imágenes satelitales (IKONOS) y vistas satelitales (Google Earth).
- Objetivo: Obtención de la llanura inundable, obtención de las velocidades, tirantes, comportamiento del flujo actuante sobre los espigones enrocados para el caudal máximo ( $1690.68 \text{ m}^3/\text{s}$ ).
- Tipo de modelación: Modelo unidimensional HEC - RAS con su variante cuasibidimensional para la obtención de la llanura inundable y el Modelo bidimensional FESWMS en el sector de los espigones en tramo recto (13 espigones en el sector Querulpa y 3 en el Sector Tomaca).

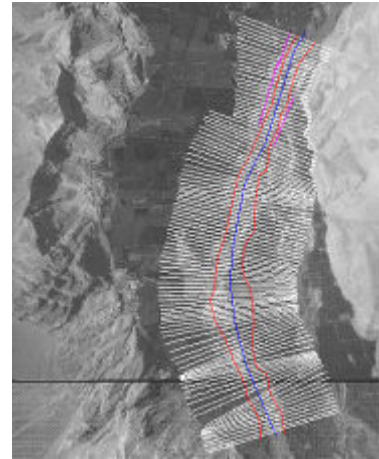


Fig.9. Secciones transversales definidas en el HEC GeoRAS para la modelación unidimensional y cuasi bidimensional

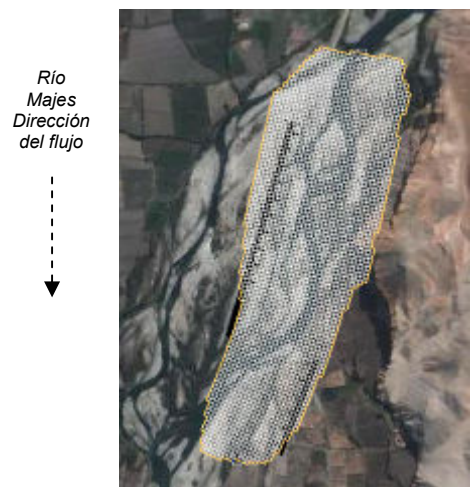


Fig.10. Malla de elementos finitos para el análisis del sector encauzado con espigones enrocados en tramo recto

## 7. RESULTADOS

### 7.1. APLICACIÓN DE LOS MODELOS HEC-RAS Y FESWMS-2DH EN RIOS DE PENDIENTE MODERADA CASO RIO MAJES - DEFINICIÓN DE LLANURAS INUNDABLES.

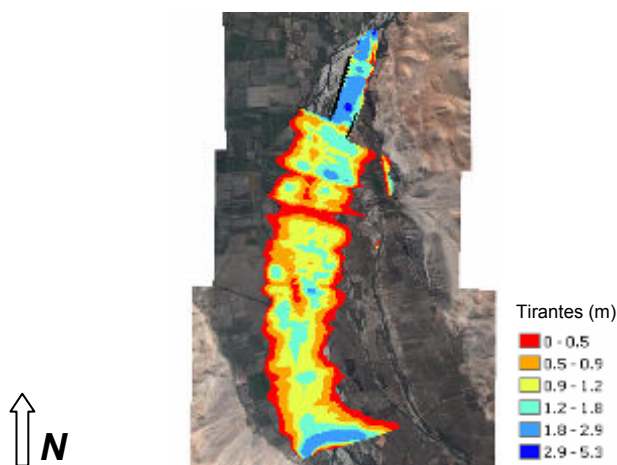


Fig.11. Modelación cuasi bidimensional HEC - RAS. Tirantes  $Q = 1690.68 \text{ m}^3/\text{s}$

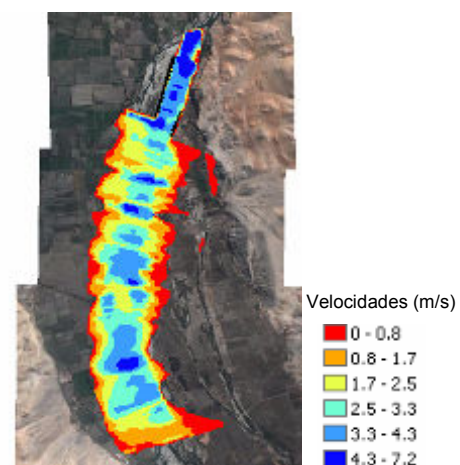


Fig.12. Modelación cuasi bidimensional HEC - RAS. Velocidades  $Q = 1690.68 \text{ m}^3/\text{s}$

## 7.2. CONDICIONES INICIALES – BIFURCACIÓN DEL RIO MAJES

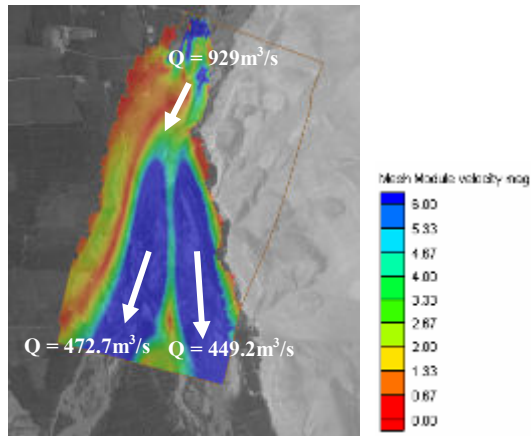


Fig. 13. Modelación bidimensional FESWMS  
Velocidades  $Q = 929.06 \text{ m}^3/\text{s}$  y distribución de caudales

## 7.3. OBRAS DE ENCAUZAMIENTO – ESPIGONES ENROCADO

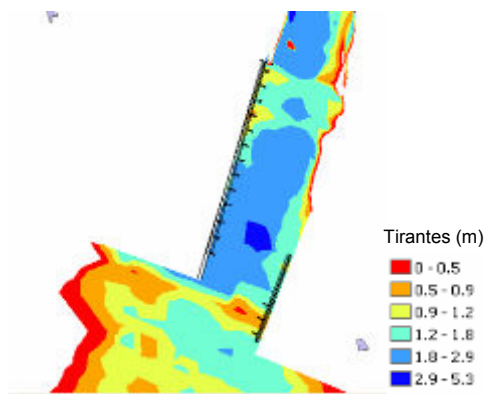


Fig. 14. Modelación cuasi bidimensional HEC - RAS  
Tirantes  $Q = 1690.68 \text{ m}^3/\text{s}$

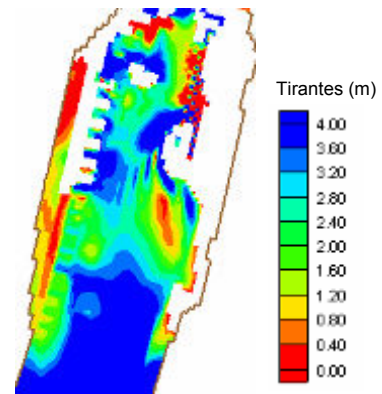


Fig. 15. Modelación bidimensional FESWMS  
Tirantes  $Q = 1690.68 \text{ m}^3/\text{s}$

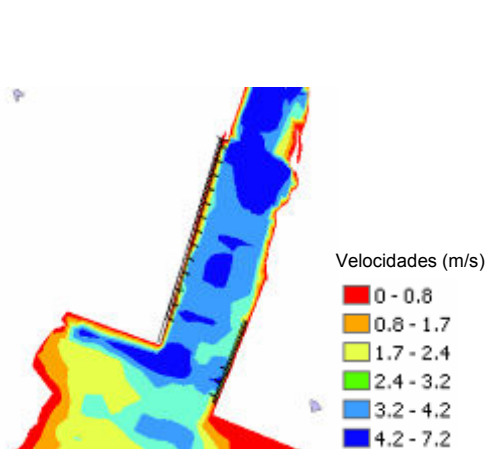


Fig. 16. Modelación cuasi bidimensional HEC - RAS  
Velocidades  $Q = 1690.68 \text{ m}^3/\text{s}$

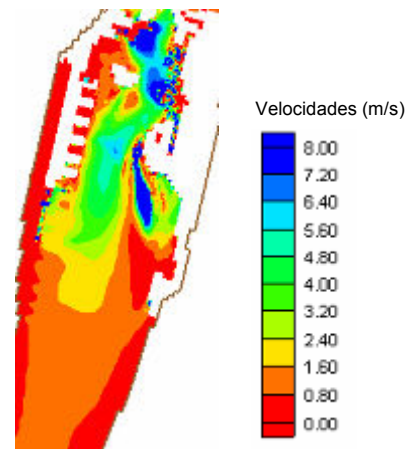


Fig. 17. Modelación bidimensional FESWMS  
Tirantes  $Q = 1690.68 \text{ m}^3/\text{s}$

## 8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

a) El río Majes en el tramo analizado, posee una pendiente moderada de 1%, un ancho promedio de 250 m y una morfología de río entrelazado. Inicialmente el sector Querulpa y Tomaca presentaba dos brazos de 300 m y 250 m de ancho, definiendo un islote de 1.9 km<sup>2</sup> de extensión. Debido a proyectos de aprovechamiento agrícola el brazo izquierdo fue cerrado, reduciéndose el ancho a la situación actual.

b) Para condiciones de bifurcación, el modelo bidimensional FESWMS puede determinar la magnitud del cierre de un brazo en función del caudal de ingreso en la bifurcación.

c) El modelo unidimensional HEC RAS, ofrece simulaciones muy confiables en tramos de pendiente moderada (1%) debido al potente esquema numérico en régimen permanente. Se obtienen las llanuras inundables para diversos eventos en un entorno SIG, los cuales podrían definir el límite de una faja marginal como sistema de prevención.

d) El comportamiento que adquiere el flujo en cada modelo hace diferir algunos valores, sin embargo los resultados para estructuras perpendiculares al flujo y condiciones de bifurcación, adquieren una mejor representación en el modelo bidimensional FESWMS, siendo una excelente alternativa cuando la modelación unidimensional no garantice buenos resultados.

e) Según los resultados, son dos los factores que causan la inestabilidad en el sector: El estrechamiento producido por los espigones, provocando velocidades elevadas; y el cierre del brazo izquierdo aguas abajo, lo cual genera fenómenos de degradación en dicha zona.

f) Se recomienda el empleo de modelos numéricos en la gestión de inundaciones debido a su versatilidad y ventajas en cuanto a inversión de tiempo y costo. Se puedan incluir además modelos que describan el tránsito del flujo líquido y sólido para otorgar una estimación confiable al fenómeno de erosión y colmatación en las diversas estructuras que pudieran interactuar con una corriente natural.

## 9. REFERENCIAS

- CHAUDHRY. M. HANIF, *Open Channel Flow*, Prentice Hall Inc, New Jersey 1993.pp. 381 – 443.
- FROELICH DAVE.C., *Finite Element Surface Water Modeling System (FESWMS) – User's manual for FESWMS FST2DH – Two Dimensional Depth-averaged Flow and Sediment Transport Model* -1989. US DEPARTMENT OF TRANSPORTATION – FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION USA, October 2003.
- GRAF, WALTER H. *Fluvial Hydraulics* - Wiley & Sons Editors – England 2001.pp 3 – 67.
- TAYLOR ENGINEERING INC, *2 Dimensional Hydraulic Modeling*, prepared for South Florida Water Management District, West Palm Beach Florida, April 2005.
- US ARMY CORPS OF ENGINEERS – HIDROLOGIC ENGINEERING CENTER, *Hec – Ras River Analysis System Users' Manual*, Version 3.1, November 2002.
- VERWEY Ir. A, *Mathematical Modeling for Hydraulic Engineers and Hydrologists*, International Institute for Infrastructural, Hydraulic and Environmental Engineering – IHE Delft 1995. pp 7 - 18.
- WEBER JUAN, MENENDEZ ANGEL. *Desempeño de modelos de distribución lateral de velocidades en canales de sección compuesta Bariloche*, Argentina, Noviembre 2004.